Ex 33 :

1°) $z + z' = 2 - 4i + (-3 + 2i) = -1 - 2i$

2°) $3z - 4z' = 3(2 - 4i) + 4(-3 + 2i)$

$= 6 - 12i + 12 - 8i$

$= 18 - 20i$

3°) $zz' = (2 - 4i)(-3 + 2i)$

$= -6 + 4i + 12i - 8i^2$ $\quad i^2 = -1$

$= -6 + 16i + 8 = 2 + 16i$

4°) $z^2 = (2 - 4i)^2$ $\quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$= 2^2 - 2 \times 2 \times 4i + (4i)^2$

$= 4 - 16i + 16i^2 = 4 - 16i - 16 = -12 - 16i$

5°) $z'^3 = z' \times z'^2$

$= (-3 + 2i) \times (-3 + 2i)^2$ $\quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$= (-3 + 2i) \times ((-3)^2 + 2 \times (-3) \times 2i + (2i)^2)$

$= (-3 + 2i) \times (9 - 12i + 4i^2)$

$= (-3 + 2i)(9 - 12i - 4)$ $\quad i^2 = -1$

$= (-3 + 2i)(5 - 12i)$

$= -15 + 36i + 10i - 24i^2$

$= -15 + 46i + 24 = 9 + 46i$ $\quad i^2 = -1$

6°) $(-2 + z)(3 - z') = (-2 + 2 - 4i)(3 - (-3 + 2i))$

$= -4i(6 - 2i)$

$= -24i + 8i^2$

$= -8 - 24i$ $\quad i^2 = -1$

Ex 34 :

1°) $z + z' = -5 - 2i + 3 - 2i = -2 - 4i$

2°) $-2z - 3z' = -2(-5 - 2i) - 3(3 - 2i)$

$= 10 + 4i - 9 + 6i$

$= 1 + 10i$

3°) $z \times z' = (-5 - 2i)(3 - 2i)$

$= -15 + 10i - 6i + 4i^2$

$= -15 + 4i - 4 = -19 + 4i$ $\quad i^2 = -1$

4°) $z'^2 = (3 - 2i)^2$ $\quad$ Identité remarquable

$= 3^2 - 2 \times 3 \times 2i + (2i)^2$

$= 9 - 12i + 4i^2 = 9 - 12i - 4 = 5 - 12i$

5°) $z^3 = (-5 - 2i)^3 = (-5 - 2i)(-5 - 2i)^2$

$= (-5 - 2i)((-5)^2 - 2 \times (-5) \times 2i + (2i)^2)$ $\quad$ Identité remarquable

$= (-5 - 2i)(25 + 20i + 4i^2)$

$= (-5 - 2i)(21 + 20i)$ $\quad i^2 = -1$

$= -105 - 100i - 42i - 40i^2$

$= -105 - 142i + 40$ $\quad i^2 = -1$

$= -65 - 142i$

6°) $(5 - z)(-2 + z') = (5 - (-5 - 2i))(-2 + 3 - 2i)$

$= (10 + 2i)(1 - 2i)$

$= 10 - 20i + 2i - 4i^2$

$= 10 - 18i + 4$ $\quad i^2 = -1$

$= 14 - 18i$

ex 35

1°) $(2+5i)^2 = 4 + 20i + 25i^2$ Identité remarquable

$= 4 + 20i - 25$ $i^2 = -1$

$= -21 + 20i$

2°) $(7-12i)^2 = 49 - 2\times7\times12i + 144i^2$

$= 49 - 168i - 144$

$= -95 - 168i$

3°) $(-5+3i)^2 = (-5)^2 + 2\times(-5)\times3i + (3i)^2$

$= 25 - 30i + 9i^2$

$= 25 - 30i - 9 = 16 - 30i$

Ex 36

1°) $(6-4i)(6+4i) = 6^2 - (4i)^2$ $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

$= 36 - 16i^2 = 52$

2°) $(-2-3i)^2 = (-2)^2 - 2\times(-2)\times3i + (3i)^2$

$= 4 + 12i + 9i^2$

$= 4 + 12i - 9 = -5 + 12i$

3°) $(-5-7i)(-5+7i) = (-5)^2 - (7i)^2$

$= 25 - 49i^2 = 74$

Ex 37 : $z^2 + 1 = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 1$

$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2\times\frac{1}{2}\times i\frac{\sqrt{3}}{2} + \left(i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 1$

$= \frac{1}{4} + i\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{4}i^2 + 1$ $(\sqrt{3})^2 = 3$

$= \frac{1}{4} + i\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{4} + 1$

$= \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

On remarque que $z^2 + 1 = z$

38/ On remplace z par $-1+2i$ dans l'équation et on doit trouver 0. $E \Leftrightarrow iz+2+i=0$

Attention à ne pas écrire la conclusion en 1ère ligne

$i(-1+2i)+2+i$

$= \cancel{-i} + 2i^2 + 2 \cancel{+i}$

$= -2+2$

$= 0$ Conclusion : $-1+2i$ est bien solution de l'équation $iz+2+i=0$

Remarque : on peut résoudre l'équation

$iz+2+i=0$

$iz=-2-i$

$z=\dfrac{-2-i}{i}$ on a donc $\dfrac{-2-i}{i}=-1+2i$