

I Fonctions polynômes - trinôme du second degré

Définition: Une fonction polynôme est définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$$

où $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ avec $a_n \neq 0$ et $n \in \mathbb{N}$

• $a_0, a_1, \dots, a_n$ s'appellent les coefficients de la fonction polynôme

• n est le degré de la fonction polynôme (plus grande puissance de x)

Rq: Vocabulaire:

Chaque terme d'une fonction polynôme est appelée un monôme

exemples:

• $f(x) = 3x^5 + 5x^3 - \frac{1}{2}x + \sqrt{2}$ est une fonction polynôme de degré 5

• $f(x) = 3x + 5$ polynôme de degré 1

• $f(x) = -7 = -7 \times 1 = -7 \times x^0$ est un polynôme de degré 0

• Une fonction affine non constante est un polynôme de degré 1

• Une fonction constante est un polynôme de degré 0

• $f(x) = 2x^2 - 7$ polynôme de degré 2

• $f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}$ $f(x) = 2x^{-3} + x + 2$ ne sont pas des polynômes

Vocabulaire Un trinôme du second degré est une fonction polynôme de degré 2 et s'écrit sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$

exemples: $f(x) = 3x^2 - 5x + 7$ $a = 3$ $b = -5$ $c = 7$

• $f(x) = 2x^2 - 7 = 2x^2 - 0x - 7$ $a = 2$ $b = 0$ $c = -7$

• $f(x) = -5x + 3x^2 - 8 = 3x^2 - 5x - 8$ $a = 3$ $b = -5$ $c = -8$

II Racine d'un trinôme du second degré - Équation du second degré

1°) Vocabulaire

Def: soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme du second degré

- Un réel x_0 est une racine de f ssi $f(x_0) = 0$
ssi x_0 est solution de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$
- L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) est une équation du second degré

Exercice type 1 Montrez que 1 est une racine du polynôme

$$f(x) = 3x^2 - 5x + 2$$

$$3 \times 1^2 - 5 \times 1 + 2$$

$$= 3 - 5 + 2$$

$$= 0$$

donc 1 est une racine de $f(x)$

Exercice type 2: Trouver une racine évidente du trinôme du second degré

1) $f(x) = -x^2 + 3x - 2$

On a $-1^2 + 3 \times 1 - 2$

$$= -1 + 3 - 2 = 0$$

donc 1 est une racine évidente

évidente de f

2) $f(x) = 5x^2 - x\sqrt{3}$

On a $5 \times 0^2 - 0 \times \sqrt{3}$

$$= 0 - 0 = 0$$

0 est une racine évidente de f

3) $f(x) = 5x^2 - 3x - 8$

On a $5 \times (-1)^2 - 3 \times (-1) - 8$

$$= 5 + 3 - 8$$

$$= 0$$

donc -1 est une racine évidente

de f