

## IV Sens de variation

### 1<sup>er</sup> Suites arithmétiques

Pour étudier les variations d'une suite, on étudie le signe de  $u_{n+1} - u_n$ .

Pour les suites arithmétiques, on a  $u_{n+1} - u_n = r$

Le sens de variation dépend donc du signe de la raison  $r$

### Propriétés:

Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique, de raison  $r$

1.  $|r| > 0$  (Abs)  $(u_n)$  est strictement croissante

2.  $|r| < 0$  (Abs)  $(u_n)$  est strictement décroissante

3.  $|r| = 0$  (Abs)  $(u_n)$  est constante.

### 2<sup>e</sup> Suites géométriques

La méthode de base ne permet pas de conclure rapidement ici :

$$\text{on a } u_{n+1} - u_n = qu_n - u_n = u_n(q - 1)$$

mais on ne connaît pas le signe de  $u_n$

Toutefois, les connaissances sur la multiplication et les exemples déjà vus permettent d'établir la propriété suivante :

Propriété: Soit  $(u_n)$  une suite géométrique de raison  $q$

1<sup>er</sup> cas:  $|q| > 1$  (Abs)  $(u_n)$  est strictement croissante quand  $u_0 > 0$   
et strictement décroissante quand  $u_0 < 0$

2<sup>e</sup> cas:  $|q| = 1$  (Abs)  $(u_n)$  est constante égale à  $u_0$

3<sup>e</sup> cas:  $0 < q < 1$  (Abs)  $(u_n)$  est strictement décroissante quand  $u_0 > 0$   
et strictement croissante quand  $u_0 < 0$

4<sup>e</sup> cas:  $|q| = 0$  (Abs)  $(u_n)$  est la suite constante nulle sauf peut-être  $u_0$

5<sup>e</sup> cas:  $q < 0$  (Abs) la suite est alternée ni croissante ni décroissante

6<sup>e</sup> cas:  $u_0 = 0$  (Abs)  $(u_n)$  est la suite constante nulle