

VARIABLES ALGÈBRIQUES

I Loi de probabilité d'une variable aléatoire réelle (v.a.r.)

Définition:

Une variable aléatoire réelle est une fonction qui, à toute issue d'une expérience aléatoire, associe un réel. On la note souvent X, Y, \dots

Remarque: Autrement dit, une variable aléatoire réelle est une fonction de Ω dans \mathbb{R} où Ω est l'univers de l'expérience aléatoire.

Exemple: On organise une tombola. Il y a 100 tickets qui coûtent 2 euros chacun

Il y a 1 ticket gagnant un lot de 100 euros

5 tickets gagnant un lot de 5 euros

10 tickets gagnant un lot de 2 euros.

Les autres tickets sont perdants

On considère la variable aléatoire X égale au gain algébrique du joueur

Remarque: gain algébrique :

- si le joueur est gagnant, le gain algébrique est positif
- si le joueur est perdant, le gain algébrique est négatif

Ici Ω comporte 100 issues

1 issue permet de gagner 100 euros \Rightarrow gain algébrique = $100 - 2 = 98$

5 issues permettent de gagner 5 euros \Rightarrow gain algébrique = $5 - 2 = 3$

10 issues permettent de gagner 2 euros \Rightarrow gain algébrique = $2 - 2 = 0$

Il y a 84 issues perdantes \Rightarrow gain algébrique = -2

On a ainsi défini la fonction X qui associe un réel à chacune des issues de Ω .

Définition:

La loi de probabilité d'une variable aléatoire réelle X est la donnée des probabilités correspondant à chacune des valeurs prises par cette variable aléatoire X .
On la donne si possible sous la forme d'un tableau.

Méthode pour déterminer la loi de probabilité

→ On détermine toutes les valeurs x_i que peut prendre la variable aléatoire X .

→ On calcule chacune des probabilités p_i correspondantes

$$p_i = P(\{X = x_i\})$$

$\{X = x_i\}$ est l'événement: " X prend la valeur x_i ."

→ S'il n'y a pas trop de valeurs, on donne cette loi de probabilité sous forme de tableau.

Remarque: Propriété évidente

La somme des p_i est égale à 1.

Dans le cas présent:

La variable aléatoire X prend les valeurs 98, 3, 0 et -2.

Comme il y a équiprobabilité sur le choix du ticket on a donc

$$P(\{X = 98\}) = \frac{\text{nombre de cas favorable}}{\text{nombre de cas possible}} = \frac{1}{100}$$

$$P(\{X = 3\}) = \frac{5}{100} \dots$$

LOI DE PROBABILITÉ DE X

x_i	98	3	0	-2	Total
$p_i = P(\{X = x_i\})$	$\frac{1}{100}$	$\frac{5}{100}$	$\frac{10}{100}$	$\frac{84}{100}$	1