III Variance et Ecart-type

Définition :

La variance d'une variable aléatoire X est notée $V(X)$

On la calcule de 2 façons différentes

1ère formule : (celle qui a du sens!)

$$V(X) = p_1(x_1 - E(X))^2 + p_2(x_2 - E(X))^2 + \dots + p_n(x_n - E(X))^2$$
$$= \sum_{i=1}^{n} p_i (x_i - E(X))^2$$

C'est la moyenne des carrés des écarts avec l'espérance

2ème formule : (parfois plus pratique dans les calculs)

$$V(X) = (p_1 x_1^2 + p_2 x_2^2 + \dots + p_n x_n^2) - [E(X)]^2$$
$$= \left[\sum_{i=1}^{n} p_i x_i^2\right] - [E(X)]^2$$

Remarque :

- La variance est un paramètre de dispersion.

Elle indique la répartition des valeurs prises par la variable aléatoire autour de la moyenne (espérance)

Plus elle est élevée, plus les valeurs sont dispersées

- L'unité dans laquelle s'exprime la variance est le carré de l'unité dans laquelle s'exprime X

La variance est donc un calcul intermédiaire peu exploitable

Il est donc nécessaire de disposer d'un paramètre qui s'exprime dans la même unité que X

Il s'agit de l'écart-type

Définition :

L'ecart-type d'une variable aléatoire X est noté $\sigma(x)$ et on a $\sigma(x) = \sqrt{V(x)}$

Remarque : C'est ce paramètre qui va permettre de mieux traduire la fluctuation d'échantillonnage ou encore d'établir des intervalles de confiance

Retour à l'exemple de la tombola

A la calculatrice on obtient :

$E(x) = -0,57$

$\sigma(x) = 9,977$

$V(x) = [\sigma(x)]^2 = 99,548$