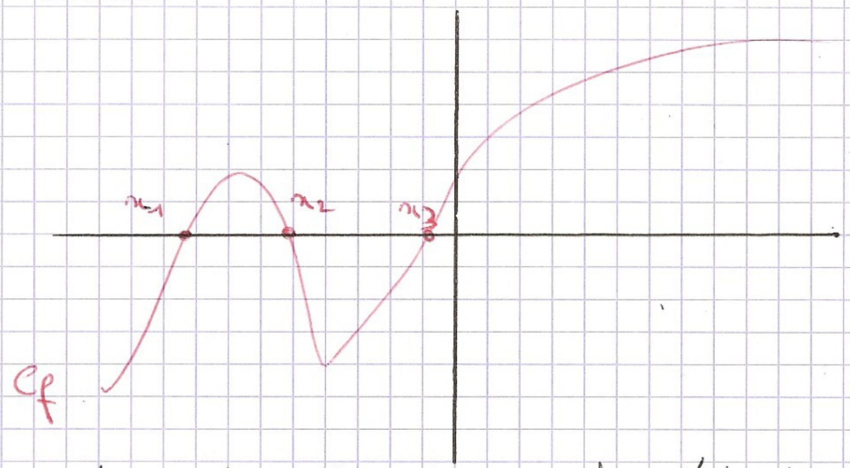
III Signe d'un trinôme du second degré

1°) Approche graphique

Rappels: soit f une fonction et soit C_f sa courbe représentative



- Le nombre de solutions de l'équation $f(x)=0$ est aussi le nombre de points d'intersection de C_f avec l'axe des abscisses
- Le signe d'une fonction est donné par la position relative de C_f par rapport à l'axe des abscisses

→ $\boxed{\text{Si}}$ C_f est au dessus de $(O,\vec{i})$

$\boxed{\text{Alors}}$ $f(x)>0$

→ $\boxed{\text{Si}}$ C_f est en dessous de $(O,\vec{i})$

$\boxed{\text{Alors}}$ $f(x)<0$

- En ce qui concerne les fonctions trinôme du second degré, le nombre de solutions de $f(x)=0$ est donné par les valeurs de Δ

→ $\boxed{\text{Si}}$ $\Delta>0$ $\boxed{\text{Alors}}$ il y a 2 points d'intersection avec $(O,\vec{i})$

→ $\boxed{\text{Si}}$ $\Delta=0$ $\boxed{\text{Alors}}$ il y a 1 seul point d'intersection avec $(O,\vec{i})$

→ $\boxed{\text{Si}}$ $\Delta<0$ $\boxed{\text{Alors}}$ il n'y a aucun point d'intersection avec $(O,\vec{i})$

- L'orientation de la parabole est donné par le signe de a

→ $\boxed{\text{Si}}$ $a>0$ la parabole est orientée vers le haut

→ $\boxed{\text{Si}}$ $a<0$ la parabole est orientée vers le bas

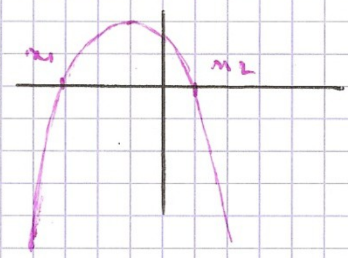
En couplant les valeurs de Δ et le signe de a, on obtient le tableau suivant qui dresse la liste exhaustive des 6 cas de figure possibles

$\Delta > 0$

$a > 0$

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
signe de $f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$a < 0$

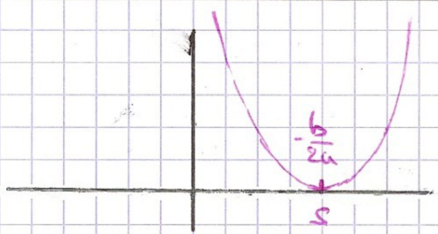


x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

LE TRINOME EST DU SIGNE DE a A L'EXTERIEUR DES RACINES

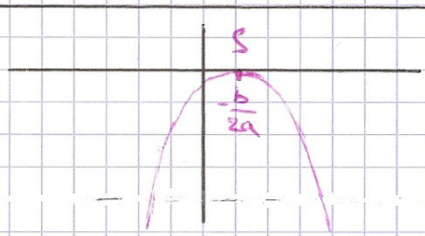
$\Delta = 0$

$a > 0$



x	$-\infty$		$-\frac{b}{2a}$		$+\infty$
signe de $f(x)$		$+$	0	$+$	

$a < 0$



x	$-\infty$		$-\frac{b}{2a}$		$+\infty$
signe de $f(x)$		$-$	0	$-$	

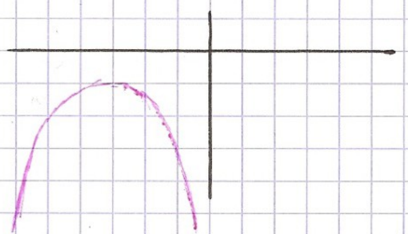
LE TRINOME EST TOUJOURS DU SIGNE DE a.

$\Delta < 0$

$a > 0$

x	$-\infty$		$+\infty$
signe de $f(x)$		$+$	

$a < 0$



x	$-\infty$		$+\infty$
signe de $f(x)$		$-$	

LE TRINOME EST TOUJOURS STRICTEMENT DU SIGNE DE a