

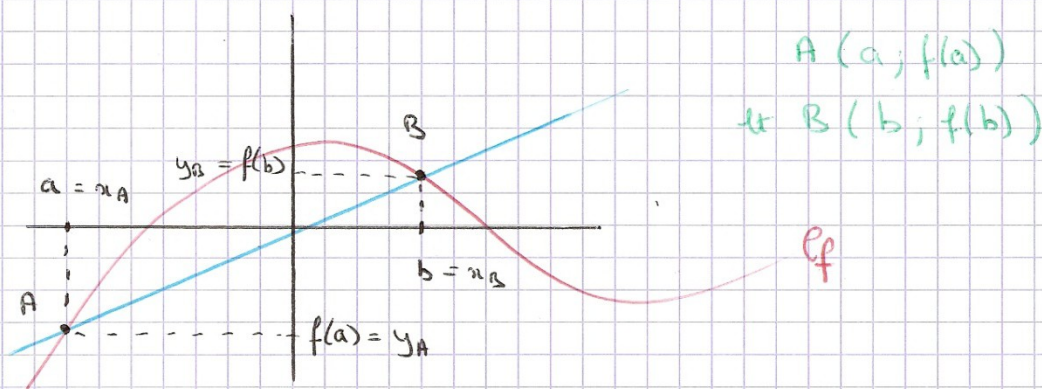
III Taux de variation

Définition: Soit f une fonction définie sur un intervalle I

Soit C_f sa courbe représentative

Soient a et b 2 réels de I

Soient A et B les points de C_f d'abscisses respectives a et b



Le taux de variation de la fonction f entre a et b est le réel noté $\tilde{\tau}(a, b)$ (lettre grecque : $\tilde{\tau}$ tau)

$$\text{et on a } \tilde{\tau}(a, b) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

C'est donc le coefficient directeur de la droite (AB)

Remarque: On dit aussi taux de variation sur $[a, b]$

- Le taux de variation est aussi appelé le taux d'accroissement
- Attention à ne pas confondre variations sur $[a, b]$ et taux de variation sur $[a, b]$:

Pour la fonction dessinée dans la définition, on trouve un taux de variation positif sur $[a, b]$ car (AB) "monte"

Pourtant la fonction f n'est pas strictement croissante sur $[a, b]$

En fait le taux de variation ne tient compte que du départ et de l'arrivée et pas de ce qu'il se passe entre les deux.

On peut le considérer comme une moyenne de ce qu'il se passe entre a et b

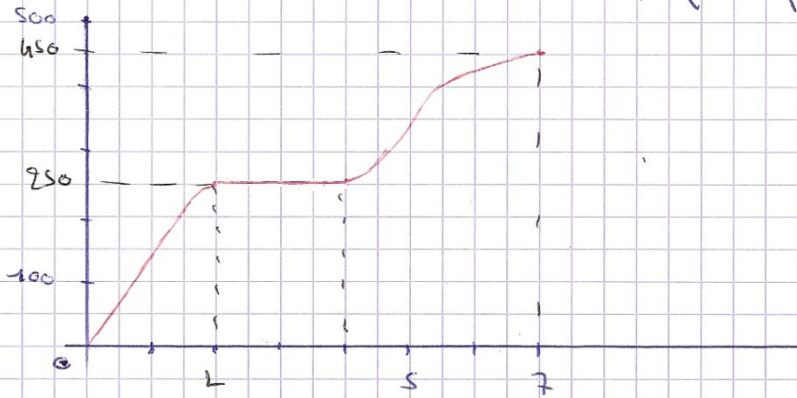
Exemple 1: graphique

On donne ci-dessous la courbe représentative de la distance parcourue par une voiture (en km) en fonction du temps (en heures)

1^o) Calculer les taux de variation suivants :

$$\tau(0,2), \tau(4,7) \text{ et } \tau(0,7)$$

2^o) Dans le contexte de l'exercice, que représentent ces taux ?



$$1^o) \tau(0,2) = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{250 - 0}{2} = 125$$

$$\tau(4,7) = \frac{f(7) - f(4)}{7 - 4} = \frac{450 - 250}{7 - 4} = \frac{200}{3} \approx 66,7$$

$$\tau(0,7) = \frac{f(7) - f(0)}{7 - 0} = \frac{450}{7} \approx 64,3$$

2^o) Ces taux représentent la vitesse moyenne de la voiture sur l'intervalle de temps considéré

$$\text{on rappelle } d = V \times t \Leftrightarrow V = \frac{d}{t}$$

Exemple 2: Calculer le taux de variation de la fonction carrée sur $[1,4]$

$$\text{on a } f(x) = x^2$$

$$\tau(1,4) = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{4^2 - 1^2}{3} = \frac{15}{3} = 5$$