Exercice 52 : $f(t) = -5t^2 + 4t + 1$

1°) $f(0) = -5 \times 0^2 + 4 \times 0 + 1 = 1$

A l'instant $t = 0$, la bille est à une hauteur de 1 mètre

2°) La bille est au sol lorsque la hauteur est nulle.

On résout donc $h(t) = 0$

$\iff -5t^2 + 4t + 1 = 0$ — 1 est une racine évidente

$\iff (t-1)(-5t-1) = 0$

$\iff t - 1 = 0$ ou $-5t - 1 = 0$

$\iff t = 1$ ou $t = -\frac{1}{5}$ Hors D_f

Conclusion : la bille retombe au sol au bout d'1 seconde.

3°) a) f est dérivable sur $\mathbb{R}_+$ comme somme de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}_+$

$\forall t \in \mathbb{R}_+ \quad f'(t) = -5 \times 2t + 4$

$= -10t + 4$

b) vitesse instantanée $= |f'(t)|$ à l'instant t.

Pour $t = 0$

$V_0 = |-10 \times 0 + 4| = |4| = 4 \ ms^{-1}$

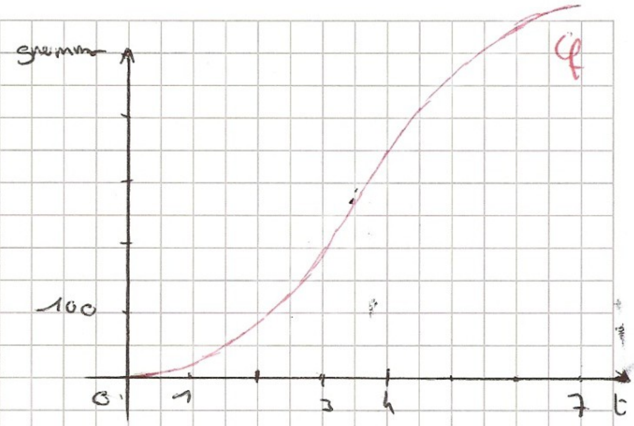
Pour $t = 1$ (la bille est au sol)

$V_1 = |-10 \times 1 + 4| = |-6| = 6 \ ms^{-1}$

Exercice 53

1°) Graphiquement,

$f'(t)$ représentant la vitesse (instantanée) de la réaction à l'instant t.



$f'(t)$ donne le coefficient directeur des tangentes à la courbe

$$f(t) = -3t^3 + 32t^2$$

On peut construire le tableau de variation graphiquement

x	0	$3{,}5$	7
variations de f'	0 ↗		↘ 0

Ceci est une conjecture

2°) f est dérivable sur $[0,7]$ comme somme de fonctions dérivables.

$\forall t \in [0,7] \quad f'(t) = -3 \times 3t^2 + 32 \times 2t = -9t^2 + 64t$

on reconnait un trinôme du second degré avec $a = -9$ négatif

De plus le sommet a pour abscisse $t_s = \frac{-b}{2a}$

$$= \frac{-64}{-18} = \frac{32}{9} \simeq 3{,}55$$

x	0	$\frac{32}{9}$	7
variations de f'	0 ↗	$f'\left(\frac{32}{9}\right)$	↘ $f'(7)$

La vitesse maximale est

$$f'\left(\frac{32}{9}\right) = \frac{1024}{9} \simeq 113{,}8 \text{ g h}^{-1}$$