

III Extremum

Définition: Soit f une fonction définie sur un intervalle I
Soit $a \in I$

• Rappels du secnde

⊗ f admet un minimum en a $\Leftrightarrow \forall n \in I, f(n) \geq f(a)$
 $f(a)$ est la valeur du minimum de f sur I

⊗ f admet un maximum en a $\Leftrightarrow \forall n \in I, f(n) \leq f(a)$
 $f(a)$ est la valeur du maximum de f sur I

⊗ Vocabulaire: un extremum est un maximum ou un minimum

• Notion supplémentaire du 1ère

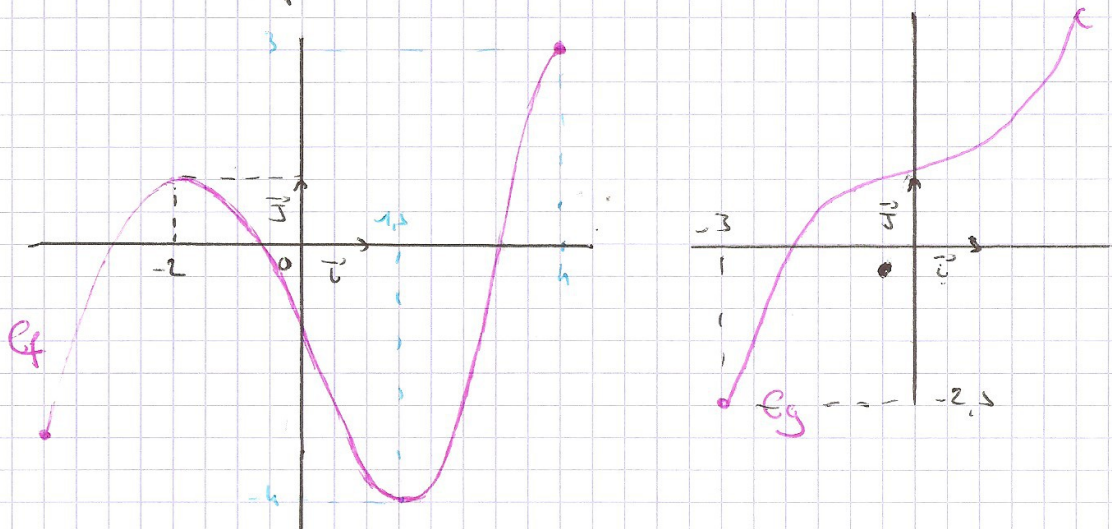
f admet un extremum local en a

$\Leftrightarrow$ il existe un intervalle ouvert J inclus dans I ($J \subset I$)

et contenant a tel que f admet un extremum en a sur l'intervalle J .

exemples pour comprendre la différence entre extremum et extremum local

On considère 2 fonctions, f et g dont on donne les courbes représentatives ci-dessous.



• pour la fonction f

- f admet un minimum en $x = 1,5$ qui vaut -4 son D_f
- f admet un maximum son D_f en $x = 4$ qui vaut $f(4) = 3$
- f admet un maximum local en $x = -2$ qui vaut $f(-2) = 1$
- f admet un minimum local en $x = 1,5$ qui vaut $f(1,5) = -4$

On remarque q- pour un extremum local la fonction change de sens de variation.

• pour la fonction g

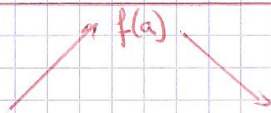
- g admet un minimum son D_g en -3 qui vaut $f(-3) = -2,5$
- g n'admet aucun maximum.
- g n'admet aucun extremum local.

Propriété: Extremum et fonction dérivée.

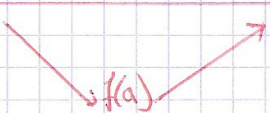
Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I

f admet un extremum local en a

SSI $f'(x)$ s'annule et change de signe en a

x	a		
$f'(x)$	+	0	-
f			

$f(a)$ est un maximum

x	a		
$f'(x)$	-	0	+
f			

$f(a)$ est un minimum

Attention: IP fait les 2 conditions : $f'(a) = 0$ et $f'(x)$ change de signe en a pour pouvoir conclure.