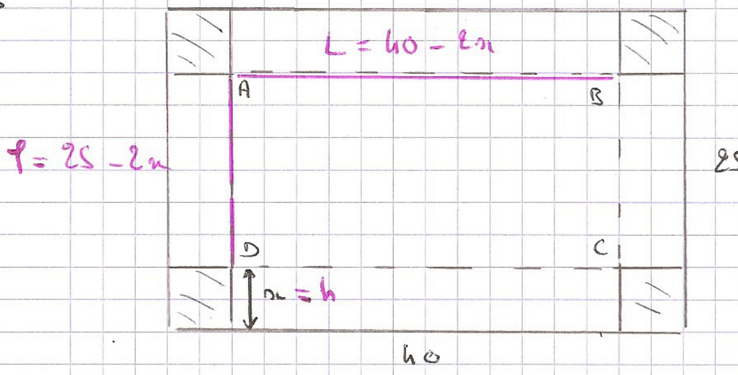
Exercice avec contexte - Ensemble de définition - volume maximal

ex 53



1°) On doit avoir $x \geq 0$ et $\begin{cases} 25 - 2x \geq 0 \\ 40 - 2x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25 \geq 2x \\ 40 \geq 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12{,}5 \geq x \\ 20 \geq x \end{cases}$

Conclusion : x doit prendre ses valeurs dans $[0 ; 12{,}5]$

2°) Volume de la boîte $= V = L \times l \times h$

$V = (40 - 2x)(25 - 2x)x$

$= (1000 - 80x - 50x + 4x^2)x$

$= 4x^3 - 130x^2 + 1000x$

3°) V est dérivable sur $[0 ; 12{,}5]$ comme somme de fonctions dérivables sur $[0 , 12{,}5]$

$\forall x \in [0 ; 12{,}5]$ $V'(x) = 12x^2 - 260x + 1000$

Pour étudier les variations de V on étudie le signe de $V'(x)$.

C'est un trinôme du second degré.

A la calculatrice il y a 2 racines $x_1 = \frac{50}{3} \simeq 16{,}7$

$x_2 = 5$

Le trinôme est du signe de $a = 4$ à l'extérieur des racines

x	0		5		$12{,}5$
signe de $V'(x)$		$+$	0	$-$	
variations de V	0	$\nearrow$	$V(5)$	$\searrow$	0

Conclusion : le volume est maximal lorsque $x = 5$ cm

La boîte est de dimension $30 \times 15 \times 5$ $(L \times l \times h)$