VII Résolution d'équations et d'inéquations avec exponentielle

La fonction exponentielle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

d'où la propriété :

Propriété : Pour tous réels x et a

- $e^x = e^a \iff x = a \Rightarrow$ résolution d'équations
- $e^x > e^a \iff x > a \Rightarrow$ résolution d'inéquations

Exemples type :

1°) $e^{3x-5} = 1$

$\iff e^{3x-5} = e^0$

$\iff 3x - 5 = 0$

$\iff x = \frac{5}{3}$ $\quad S = \left\{\frac{5}{3}\right\}$

2°) $e^{4x^2-5x+7} = 0$

Impossible car une exponentielle n'est jamais nulle $\quad S = \emptyset$

3°) $e^{-2-x^2} = -3$

IMPOSSIBLE car une exponentielle est toujours strictement positive

$S = \emptyset$

4°) $e^{5x-7} = e^{-2x^2}$

$\iff 5x - 7 = -2x^2$

$\iff 2x^2 + 5x - 7 = 0$

$\Delta = \ldots$ Il y a 2 racines $x_1 = 1$ et $x_2 = -\frac{7}{2}$

$S = \left\{1 ; -\frac{7}{2}\right\}$

5°) $e^{3x-x^2} \leq 1$

$\iff e^{3x-x^2} \leq e^0$

$\iff 3x - x^2 \leq 0$

$\iff x(3-x) \leq 0$

Le trinôme $3x - x^2$ est du signe de $a = -1$ à l'extérieur des racines $x_1 = 0$ et $x_2 = 3$

donc $S =]-\infty ; 0] \cup [3, +\infty[$

6°) $e^{8x-5} > e^{3x-5}$

$\iff 8x - 5 > 3x - 5$

$\iff 5x > 0$

$\iff x > 0$

$S =]0, +\infty[$

7°) $e^{-3x^2-5} < -2$

IMPOSSIBLE car une expo est strictement positive

$S = \emptyset$

8°) $e^{5x-8} = e$

$\iff e^{5x-8} = e^{1}$

$\iff 5x-8 = 1$

$\iff 5x-9 = 1$

$\iff x = \dfrac{9}{5}$

$S = \left\{ \dfrac{9}{5} \right\}$

9°) $e^{2x-1} = 3$

on ne sait pas écrire 3 sous forme exponentielle.

on ne connait pas l'antécédent de 3 par la fonction exponentielle

donc on ne sait pas résoudre cette équation en 1ère.

↳ voir en début de terminale.