III Expérience aléatoire à deux épreuves indépendantes

Exercice type :

On dispose de 2 urnes.

La première contient 3 boules jaunes et 2 boules vertes

La deuxième contient 1 boule jaune et 4 boules vertes

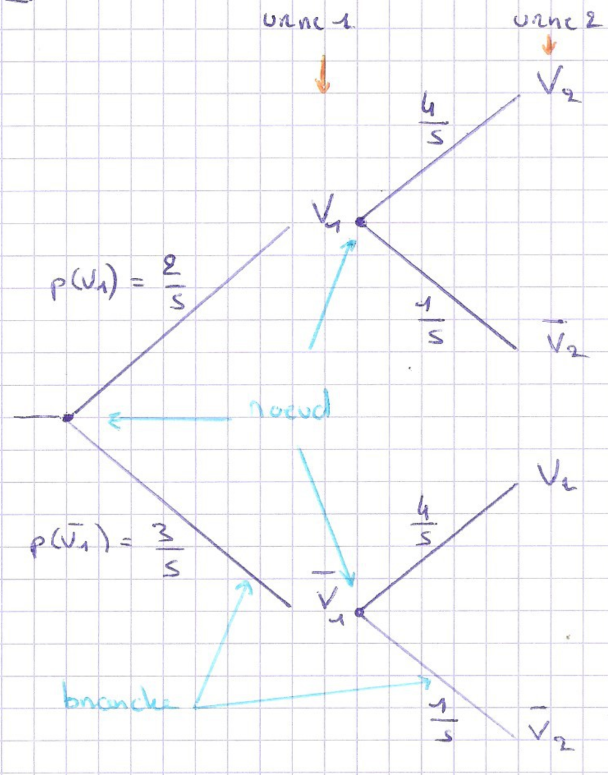
L'expérience aléatoire consiste à tirer successivement une boule dans chacune des urnes.

1°) Construire un arbre de probabilités traduisant cette expérience aléatoire (arbre pondéré)

2°) Soit X la variable aléatoire égale au nombre de boules vertes obtenues.

Déterminer la loi de probabilité de X et calculer $E(X)$

1°)



$V_2 \rightarrow p(V_1 \cap V_2) = \frac{2}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{25}$ $X = 2$

$\bar{V}_2 \rightarrow p(V_1 \cap \bar{V}_2) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{25}$ $X = 1$

$V_2 \rightarrow p(\bar{V}_1 \cap V_2) = \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{25}$ $X = 1$

$\bar{V}_2 \rightarrow p(\bar{V}_1 \cap \bar{V}_2) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{25}$ $X = 0$

Remarque : Il y a équiprobabilité sur le choix des boules

donc $p(V_1) = \frac{\text{nbre de cas favorables}}{\text{nbre de cas possible}} = \frac{2}{5}$

2) Règles des arbres pondérés :

Règle 1 : la somme des probabilités issues d'un même noeud est égale à 1

Règle 2 : la probabilité d'un chemin est égale au produit des probabilités de chaque branche du chemin

C'est une probabilité d'intersection

Règle 3 : la probabilité d'un évènement est égale à la somme des probabilités de tous les chemins qui y conduisent.

D'après l'arbre on a donc :

→ La variable aléatoire x prend les valeurs 0, 1 et 2

→ $p(x=2) = p(V_1 \cap V_2) = \frac{8}{25}$

$p(x=1) = p(V_1 \cap \bar{V_2}) + p(\bar{V_1} \cap V_2) = \frac{2}{25} + \frac{12}{25} = \frac{14}{25}$

$p(x=0) = p(\bar{V_1} \cap \bar{V_2}) = \frac{3}{25}$

x_i	2	1	0	Total
$p_i = p(X = x_i)$	$\frac{8}{25}$	$\frac{14}{25}$	$\frac{3}{25}$	1
$x_i p_i$	$\frac{16}{25}$	$\frac{14}{25}$	0	$\frac{30}{25}$

donc $E(x) = 1,2$