II Eléments de logique

1°) Notion d'assertion

Une assertion (ou propriété) p peut être soit VRAIE soit FAUSSE mais pas les deux en même temps.

On consigne ces possibilités dans une table de vérité.

p
V
F

Un théorème ou une proposition est une assertion VRAIE.

Exemple : le théorème de Pythagore :

"Dans le triangle ABC rectangle en A on a $AB^2 + AC^2 = BC^2$"

2°) Négation d'une assertion

La négation d'une assertion p est l'assertion notée "non p" ou $\neg p$.

Elle est définie par la table de vérité

p	$\neg p$
V	F
F	V

Exemples :

La négation de "$x = 7$" est "$x \neq 7$"

La négation de "$x \leq 3$" est "$x > 3$"

La négation de "$x < 3$" est "$x \geq 3$"

2°) Les connecteurs logiques

Il existe 4 connecteurs logiques de base

→ "et" (conjonction) noté $\wedge$

→ "ou" (disjonction) noté $\vee$

→ "l'implication" notée $\Rightarrow$

→ "l'équivalence logique" notée $\Leftrightarrow$

Ils sont définis par les tables de vérité suivantes :

p	q	p et q	p ou q	p => q	p <=> q
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	V	F
F	F	F	F	V	V

Remarque :

Il est commode de noter $\begin{cases} p \\ q \end{cases}$ pour $p \wedge q$

C'est ce que l'on fait dans les systèmes d'équations

Vocabulaire :

- Dans $p \Rightarrow q$ p est l'hypothèse et q est la conclusion
- $q \Rightarrow p$ est la réciproque de $p \Rightarrow q$
- On peut exprimer $p \Rightarrow q$ de l'une des façons suivantes

→ $\boxed{\text{Si}}$ p $\boxed{\text{Alors}}$ q

→ Pour avoir p | il est nécessaire d'avoir q
| il faut avoir q

→ q est une condition nécessaire de p

→ Pour avoir q, il suffit d'avoir p

→ p est une condition suffisante pour p

- L'équivalence logique peut s'exprimer par :

→ "p si et seulement si q"

→ Pour avoir p, il faut et il suffit d'avoir q

→ p est une condition nécessaire et suffisante pour q (CNS)