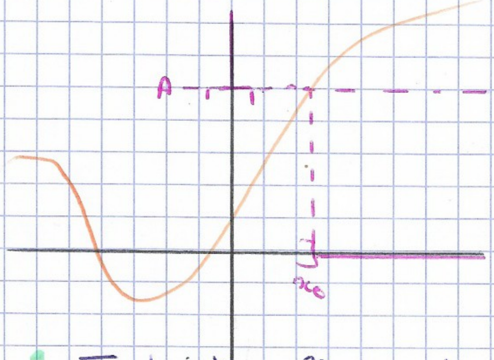
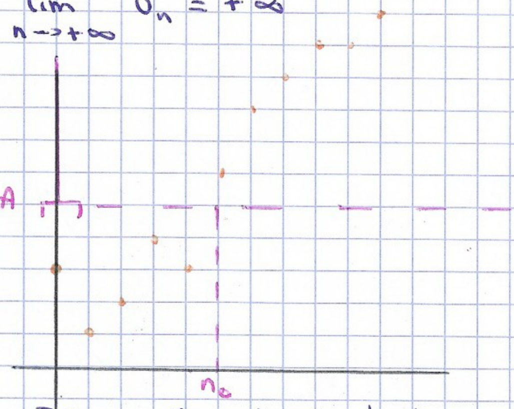
7°) Ecriture des limites avec les quantificateurs

• $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ ou $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$



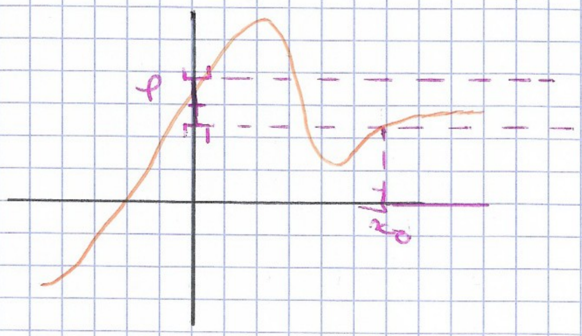


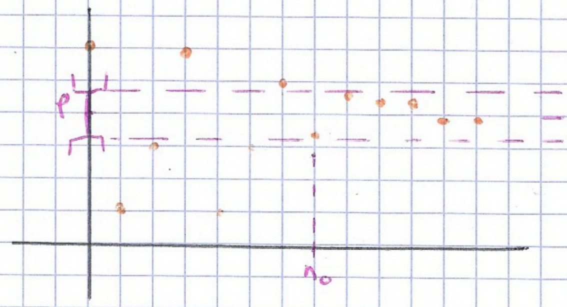
Tout intervalle ouvert du type $]A\,;+\infty[$ contient toutes les valeurs de $\left| \begin{array}{l} f(x) \\ u_n \end{array}\right.$ pour $\left| \begin{array}{l} x \\ n \end{array}\right.$ assez grand

Version quantifiée :

- $\forall A \in \mathbb{R}_+^*$ $\exists x_0 \in \mathbb{R}$ tq $x > x_0 \Rightarrow f(x) > A$
- $\forall A \in \mathbb{R}_+^*$ $\exists n_0 \in \mathbb{N}$ tq $n > n_0 \Rightarrow u_n > A$

• $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \ell$ ou $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = \ell$



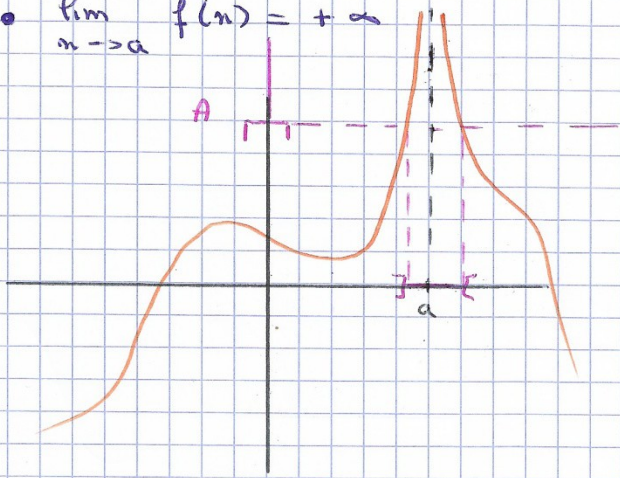


Tout intervalle ouvert contenant ℓ contient toutes les valeurs de $\left| \begin{array}{l} f(x) \\ u_n \end{array}\right.$ pour $\left| \begin{array}{l} x \\ n \end{array}\right.$ assez grand

Version quantifiée

- $\forall \varepsilon \in \mathbb{R}_+^*$ $\exists x_0 \in \mathbb{R}$ tq $x > x_0 \Rightarrow |f(x) - \ell| < \varepsilon$
- $\forall \varepsilon \in \mathbb{R}_+^*$ $\exists n_0 \in \mathbb{N}$ tq $n > n_0 \Rightarrow |u_n - \ell| < \varepsilon$

• $\lim\limits_{x \to a} f(x) = +\infty$



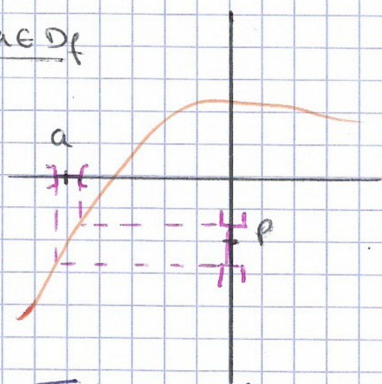
Tout intervalle ouvert du type $]A ; +\infty[$ contient toutes les valeurs de $f(x)$ pour x suffisamment proche de a

Version quantifiée

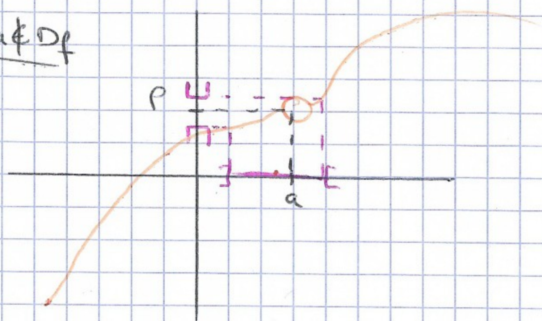
- $\forall A \in \mathbb{R}_+^* \ \exists \eta \in \mathbb{R}_+^*$ tq $|x - a| < \eta \Rightarrow f(x) > A$

• $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \ell$

$a \in D_f$



$a \notin D_f$

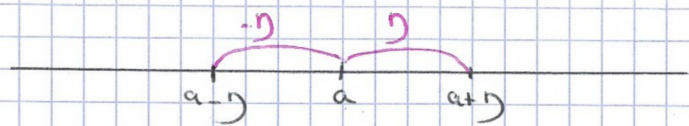


Tout intervalle ouvert contenant ℓ contient toutes les valeurs de $f(x)$ pour x assez proche de a

Version quantifiée

- $\forall \varepsilon \in \mathbb{R}_+^*, \exists \eta \in \mathbb{R}_+^*$ tq $|x - a| < \eta \Rightarrow |f(x) - \ell| < \varepsilon$

Rappel: la distance de x à a est $|x - a|$



η = eta

$|x - a| < \eta \Leftrightarrow x \in \,]a - \eta ; a + \eta[$