

II Les relations

1. Définition

Définitions

On appelle relation (ou correspondance) de E vers F tout triplet (E, Γ, F) où E et F sont des ensembles et Γ , une partie de $E \times F$

On note $x \mathcal{R} y$ au lieu de $(x, y) \in \Gamma$

\mathcal{R} est le nom de la relation

E est l'ensemble de départ de la relation \mathcal{R} (source)

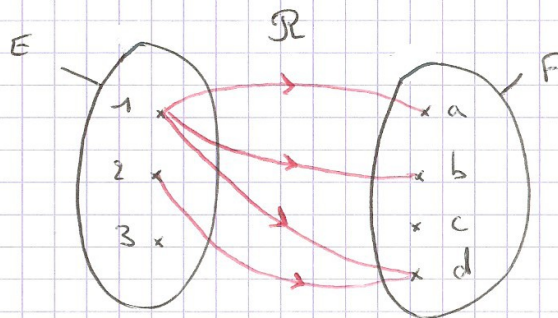
F est l'ensemble d'arrivée de la relation \mathcal{R} (but)

Γ est appelé le graphe de la relation \mathcal{R}

Exemple 1: Avec un diagramme sagittal (latin: sagitta = flèche)

On peut représenter une relation par un diagramme sagittal dans lequel une flèche va de x vers y $\Leftrightarrow x \mathcal{R} y$

On considère la relation \mathcal{R} dont on donne le diagramme sagittal ci-dessous. Donner les ensembles de départ et d'arrivée ainsi que le graphe de \mathcal{R} .



Représentation graphique des ensembles par des diagramme de VENN (aussi appelés "patates")

$$E = \{1; 2; 3\}$$

$$F = \{a; b; c; d\}$$

$$\Gamma = \{(1; a); (1; b); (1; d); (2; d)\}$$

Attention: On ne peut pas faire de diagramme sagittal s'il y a trop d'élément.

Exemple 2: Une fonction est une relation

$$f: (\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}) \\ x \mapsto x^2$$

ensemble de départ = \mathbb{R}

ensemble d'arrivée = \mathbb{R}

graphe = ensemble des couples de coordonnées des points de la courbe représentative de f

Définition:

2 relations \mathcal{R} et \mathcal{Y} sont égales

$$\boxed{\text{ssi}} \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{R} \text{ et } \mathcal{Y} \text{ ont même ensemble de départ} \\ \mathcal{R} \text{ et } \mathcal{Y} \text{ ont même ensemble d'arrivée} \\ \forall (x, y) \in E \times F \quad (x \mathcal{R} y \Leftrightarrow x \mathcal{Y} y) \end{array} \right.$$

Définition: (Notation)

Soit \mathcal{R} une relation d'un ensemble E vers un ensemble F
on note $\overline{\mathcal{R}}$ (ou non \mathcal{R}) la relation de E vers F
définie par: $(x \overline{\mathcal{R}} y \Leftrightarrow \text{non } (x \mathcal{R} y))$