

METHODS ET REDACTION

RESOLUTION D'EQUATIONS

I les équations élémentaires

Une équation élémentaire est une équation qui peut se ramener à une équation du type $ax+b=c$

Rq: Cela signifie qu'il n'y a pas de puissance de x supérieure à 1 (ou alors elles se simplifient) ni d'inconnue au dénominateur ni de racine carrée de x ...

Méthode vix au collège :

On regroupe tous les x du même côté du signe " $=$ "
fait passer

et tout le reste de l'autre côté

VOCABULAIRE

Pour dire "faire passer d'un côté à un autre du signe " $=$ "
on utilise le verbe TRANSPOSER

MÉTHODE DEFINITIVE

Pour résoudre les équations élémentaires, on transpose les opérations jusqu'à obtenir " $x = \dots$ "

On utilise pour cela les 4 règles de transposition suivantes

RÈGLES DE TRANSPOSITION

- $+$ se transpose en $-$ et réciproquement
- $\times$ se transpose en $\div$ et réciproquement
(pour diviser on pourra aussi multiplier par l'inverse)
- $+$ et $-$ sont toujours transposables sauf si elles sont positionnées entre des parenthèses utiles, visibles ou non
- $\times$ et $\div$ sont transposables uniquement si elles prennent en compte la totalité du calcul

Rq: • On remarque que la transposition ne concerne que les opérations et jamais les nombres qui eux ne changent pas
 $\Rightarrow$ plus de problème de signe

• si on peut transposer une multiplication et une division il est préférable de commencer par la division

Exemples:

$$\bullet -5x - 7 = 8$$

$$\Leftrightarrow -5x = 8 + 7$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-15}{-5} = -3$$

$$S = \{-3\}$$

$$\bullet -7x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{0}{-7} = 0$$

$$S = \{0\}$$

$$\bullet \frac{-5x - 7}{3} = -4$$

$$\Leftrightarrow -5x - 7 = -4 \times 3$$

$$\Leftrightarrow -5x = -12 + 7$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5}{-5} = 1$$

$$S = \{1\}$$

$$\bullet +6 - \frac{4}{3}x = -3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{4}{3}x = -3 - 6$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-9}{-\frac{4}{3}} = -9 \times \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{27}{4}$$

$$S = \left\{\frac{27}{4}\right\}$$

$$\bullet 7x - (-3x + 2) = 8 + 4x$$

$$\Leftrightarrow 7x + 3x - 2 = 8 + 4x$$

$$\Leftrightarrow 7x + 3x - 4x = 8 + 2$$

$$\Leftrightarrow 6x = 10$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$S = \left\{\frac{5}{3}\right\}$$

II les équations non élémentaires

1°) Produit nul - Equation produit

Théorème: $A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \text{ ou } B = 0$

exemple: $5x(2x-1)(7-8x)=0$

$$\Leftrightarrow 5x=0 \text{ ou } 2x-1=0 \text{ ou } 7-8x=0$$

$$\Leftrightarrow x=0 \text{ ou } x=\frac{1}{2} \text{ ou } x=\frac{7}{8}$$

$$S = \left\{ 0 ; \frac{1}{2} ; \frac{7}{8} \right\}$$

2°) Fraction nulle - Equation quotient

Théorème: $\frac{A}{B} = 0 \Leftrightarrow A = 0 \text{ et } B \neq 0$

Rq: Pour alléger la rédaction, on traite d'abord $B \neq 0$ pour déterminer l'ensemble de définition de l'équation.

On dit aussi qu'on cherche les valeurs interdites

exemples

$$\bullet \frac{5-4x}{3x-1} = 0$$

$$\Rightarrow 5-4x=0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{4}$$

$$S = \left\{ \frac{5}{4} \right\}$$

recherche des valeurs interdites

$$3x-1=0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$D = \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{3} \right\}$$

$$\bullet \frac{x^2-4}{x+2} = 0$$

$$\Rightarrow x^2-4=0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x+2)=0$$

$$\Leftrightarrow x-2=0 \text{ ou } x+2=0$$

$$\Leftrightarrow x=2 \text{ ou } x=-2$$

valeurs interdites

$$x+2=0$$

$$\Leftrightarrow x = -2$$

$$D = \mathbb{R} - \{-2\}$$

$$S = \{2\}$$

Rq: ATTENTION: une fois la résolution terminée, on vérifie que les solutions trouvées ne sont pas des valeurs interdites

ATTENTION: On recherche les valeurs interdites en premier sans toucher l'équation de départ.

MÉTHODE GÉNÉRALE ET DÉFINITIVE

Pour résoudre une équation non élémentaire, on se ramène par tous les moyens à un produit nul ou à une fraction nulle.

- On transpose les opérations afin d'obtenir " $\dots = 0$ "
- On réduit au même dénominateur pour obtenir une fraction nulle
- On factorise pour obtenir un produit nul

Rq : On peut aussi utiliser les identités remarquables et la distributivité mais uniquement en 3ème (voire 3ème) intention, si on n'est pas parvenu à factoriser.

Après factorisation et réduction au même dénominateur, il ne reste plus que des facteurs qui doivent être du type :

→ $(ax+b)$ en classe de seconde (fonctions affines)

→ $(ax+b)$ ou (ax^2+bx+c) en classe de première (fonctions affines et trinômes du second degré)

→ $(ax+b)$ ou (ax^2+bx+c) ou $(e^x - a)$ ou $(\ln x - a)$ en terminale