VECTEURS ET GEOMETRIE DANS UN REPERE

I Déterminant de 2 vecteurs et colinéarité

exple : $\vec{u}\begin{pmatrix}-15\\-6\end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix}-5\\2\end{pmatrix}$

Etude de la proportionnalité

$$\frac{x_{\vec{u}}}{x_{\vec{v}}} = \frac{-15}{-5} = -3$$

$$\frac{y_{\vec{u}}}{y_{\vec{v}}} = \frac{-6}{2} = -3$$

les coordonnées de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$ sont proportionnelles. Donc les vecteurs sont colinéaires.

Cas général : soient $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires $\boxed{ssi}$ leurs coordonnées sont proportionnelles

$$\frac{x_{\vec{u}}}{x_{\vec{v}}} = \frac{y_{\vec{u}}}{y_{\vec{v}}} \Leftrightarrow \frac{x}{x'} = \frac{y}{y'}$$

$$\Leftrightarrow xy' = yx'$$

$$\Leftrightarrow xy' - yx' = 0$$

propriété : $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires

$\boxed{ssi}$ $xy' - yx' = 0$

Def : Déterminant de 2 vecteurs.

Soient $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$

le déterminant des 2 vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le réel noté $\det(\vec{u},\vec{v})$ et on a

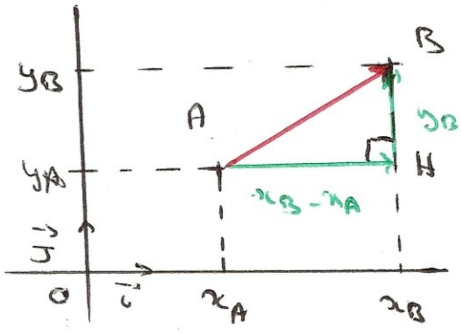
$$\det(\vec{u},\vec{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - yx'$$

propriété 2 vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

$\boxed{ssi}$ $\det(\vec{u},\vec{v}) = 0$

II Calcul de distances dans un repère

Soient A et B 2 points du plan muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$



ABH est un triangle rectangle en H donc on peut utiliser la propriété de Pythagore

$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$\Leftrightarrow AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$\Leftrightarrow AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Prop : Soient $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$