LA FONCTION CUBE

Elle est définie pour tout réel x par $f(x) = x^3$

- Etude de la parité de cette fonction

$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(-x) = (-x)^3 = (-1 \times x)^3$ $\qquad (ab)^n = a^n b^n$

$= (-1)^3 \times x^3 = -x^3$

$= -f(x)$

La fonction cube est une fonction impaire

La courbe représentative de la fonction cube est symétrique par rapport à l'origine du repère

- Etude du signe de la fonction cube

x	$-\infty$		0		$+\infty$
signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	

La courbe est en dessous de l'axe des abscisses sur $]-\infty\,;0]$

La courbe est au dessus de l'axe des abscisses sur $[0\,,+\infty[$

Il y a 1 point d'intersection avec $(O,\vec{i})$: le point O

- Etude des variations sur $[0\,,+\infty[$

un résultat utile : une identité remarquable

$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

Soient a et b 2 réels positifs tels que $0 \leq \boxed{a < b}$ (1)

on compare $f(a)$ et $f(b)$ donc on étudie le signe de $f(a) - f(b)$

$f(a) - f(b) = a^3 - b^3$

$= (a-b)(a^2+ab+b^2)$

On étudie le signe de chacun des facteurs pour $(a-b)$

on a $a < b$

$\Leftrightarrow a-b < 0$

négatif.

pour (a^2+ab+b^2)

$a^2 \geq 0$

$a \geq 0$ et $b > 0 \Rightarrow ab \geq 0$

$b^2 > 0$

donc $a^2 + ab + b^2 > 0$ positif

Donc par produit d'1 nbre négatif par 1 nbre positif.

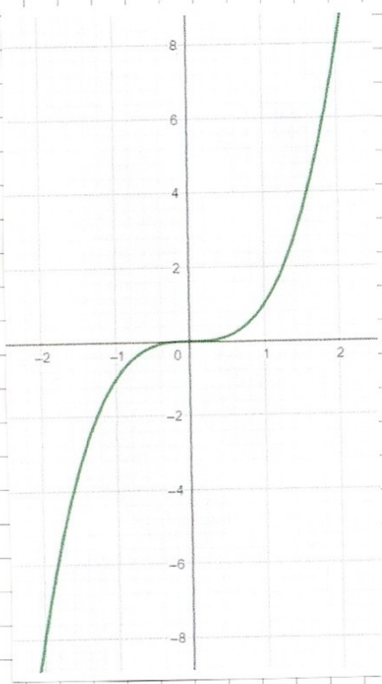
$(a-b)(a^2+ab+b^2) < 0$

$\Leftrightarrow f(a) - f(b) < 0$

$\Leftrightarrow \boxed{f(a) < f(b)}$ (2)

Conclusion: D'après (1) et (2) la fonction est strictement croissante sur $[0, +\infty[$.

- Courbe représentative et tableau de variation.



x	$-\infty$	$+\infty$
variation de f	$\nearrow$	

Prop: $\forall a, b \in \mathbb{R}$

$a < b \Leftrightarrow a^3 < b^3$