Ex 114 p. 206

1°) $\begin{cases} 2x - 3y = 13 \\ 5x + by = -14 \end{cases}$ a pour solution $(2, a)$

$\Rightarrow \begin{cases} 4 - 3a = 13 \\ 10 + ba = -14 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -3a = 9 \\ 10 + ba = -14 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{9}{-3} = -3 \\ 10 - 3b = -14 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ -3b = -4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3} \end{cases}$

2°) $\begin{cases} ax + 2y = 1 \\ 3x + by = -1 \end{cases}$ a pour solution $(5 ; -2)$

$\Rightarrow \begin{cases} -5a - 4 = 1 \\ 15 - 2b = -1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -5a = 5 \\ -2b = -16 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{-5} = -1 \\ b = \frac{-16}{-2} = 8 \end{cases}$

Ex 115 p. 206

$M(-2;6)$ $N(2;18)$

1°) $x_M \neq x_N$ donc $(MN)$ n'est pas verticale. Elle admet donc une équation réduite de la forme $y = mx + p$

2°) $\begin{cases} M \in (MN) \\ N \in (MN) \end{cases}$ $\Leftrightarrow$ les coordonnées de M et N vérifient l'équation de $(MN)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -2m + p = 6 \\ 2m + p = 18 \end{cases}$

Étape intermédiaire.

$\begin{cases} m x_M + p = y_M \\ m x_N + p = y_N \end{cases}$

3°) a). $\Leftrightarrow \begin{cases} p = 6 + 2m \\ 2m + 6 + 2m = 18 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} p = 6 + 2m \\ 4m = 12 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} p = 6 + 2 \times 3 = 12 \\ m = \frac{12}{4} = 3 \end{cases}$

Conclusion $(MN)$ a pour équation réduite $y = 3x + 12$

3°) b) $P(-10;-18)$

$3x_P + 12$

$= 3 \times (-10) + 12$

$= -30 + 12$

$= -18$

$= y_P$

Conclusion les coordonnées de P vérifient l'équation de $(MN)$ donc $P \in (MN)$.

ex 117 p. 206

$A(-2\,;1)$  $B(4\,;-2)$  $C(7\,;2)$  $D(-2\,;-4)$

1°) $\vec{AB}\begin{pmatrix}6\\-3\end{pmatrix}$ donc $(AB)$ a pour équation cartésienne

$$3x + 6y + c = 0$$

$A(-2,1) \in (AB)$

$\Leftrightarrow$ les coordonnées de A vérifient l'équation de $(AB)$

$\Leftrightarrow$ $3x_A + 6y_A + c = 0$

$\Leftrightarrow$ $18 - 18 + c = 0$

$\Leftrightarrow$ $c = 0$

$(AB)$ a pour équation cartésienne $3x + 6y = 0$ $\big\downarrow \div 3$ (ou $\times \frac{1}{3}$)

$\Leftrightarrow$ $x + 2y = 0$

$\vec{CD}\begin{pmatrix}-9\\-6\end{pmatrix}$.  $M(x,y) \in \vec{CD} \Leftrightarrow \vec{CM}$ et $\vec{CD}$ sont colinéaires

$\vec{CM}\begin{pmatrix}x-7\\y-2\end{pmatrix}$  $\Leftrightarrow \det(\vec{CM}\,;\vec{CD}) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-7 & -9 \\ y-2 & -6 \end{vmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow -6(x-7) - (-9)(y-2) = 0$

$\Leftrightarrow -6(x-7) + 9(y-2) = 0$

$\Leftrightarrow -6x + 42 + 9y - 18 = 0$

$\Leftrightarrow -6x + 9y = -24$ $\big\downarrow \times \frac{1}{3}$  CP: ...

$\Leftrightarrow 2x - 3y = 8$

2°) $E(2{,}29\,;-1{,}14)$

$x_E + 2y_E = 2{,}29 + 2\times(-1{,}14) = 2{,}29 - 2{,}28 = 0{,}01 \neq 0$

donc les coordonnées de E ne vérifient pas l'équation de $(AB)$

$\Leftrightarrow E \notin (AB)$ ce n'est donc pas le point d'intersection.

$F(x,y)$ est le point d'intersection de $(AB)$ et $(CD)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x - 3y = 8 \end{cases}$  $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y \\ 7y = 8 \end{cases}$  CP: $F\left(\frac{16}{7}\,;-\frac{8}{7}\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y \\ -4y - 3y = 8 \end{cases}$  $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2\times\left(-\frac{8}{7}\right) = \frac{16}{7} \\ y = -\frac{8}{7} \end{cases}$