$M(x,y) \in d \iff \overrightarrow{AM}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

$\iff \det(\overrightarrow{AM}, \vec{v}) = 0$ $\qquad \overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x - x_A \\ y - y_A \end{pmatrix}$

$\iff \begin{vmatrix} x - x_A & a \\ y - y_A & b \end{vmatrix} = 0$

$\iff (x - x_A)b - (y - y_A)a = 0$

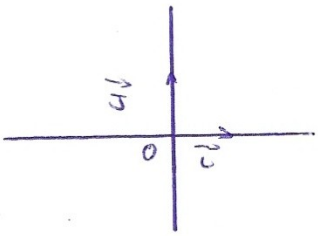
$\iff bx - bx_A - ay + ay_A = 0$

$\iff \boxed{bx - ay + (ay_A - bx_A) = 0}$ équation cartésienne de d.

Théorème: Toute droite du plan a une équation de la forme $ax + by + c = 0$ où $a, b, c \in \mathbb{R}$

On a de plus $\vec{v}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d

2 droites particulières : les axes d'un repère



- l'axe des abscisses est $(O, \vec{i})$

$\vec{i}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de $(O, \vec{i})$

donc $(O, \vec{i})$ a pour équation cartésienne

$-0x + 1y + c = 0$

$\iff y + c = 0$

$O(0,0) \in (O, \vec{i}) \iff 0 + c = 0 \iff c = 0$

Cl: $(O, \vec{i})$ a pour équation $y = 0$

- $\vec{J}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ est un vect dir de $(O, \vec{J})$

$(O, \vec{J})$ a pour équation.

$-x + 0y + c = 0$

$\iff -x + c = 0$

$O(0,0) \in (O, \vec{J})$

$\iff -0 + c = 0$

Cl: $(O, \vec{J})$ a pour équation $x = 0$

Etude du parallélisme de 2 droites

Soit d la dte d'équation $ax+by+c=0$

Soit d' la dte d'équation $a'x+b'y+c'=0$

$\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d.

$\vec{u'}\begin{pmatrix}-b'\\a'\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d'

$d \parallel d' \iff \vec{u}$ et $\vec{u'}$ sont colinéaires

$\iff \det(\vec{u}, \vec{u'}) = 0$

$\iff \begin{vmatrix}-b & -b'\\ a & a'\end{vmatrix} = 0 \iff -a'b - a\times(-b') = 0$

$\iff -a'b + ab' = 0$

$\iff ab' - a'b = 0$

on Remarque $ax+by+c=0$

$a'x+b'y+c'=0$

on a $\begin{vmatrix}a & b\\ a' & b'\end{vmatrix} = ab' - a'b$

Théorème : Soient d et d' 2 dtes d'équations cartésiennes respectives $d: ax+by+c=0$

$d': a'x+b'y+c'=0$

$d \parallel d' \iff \begin{vmatrix}a & b\\ a' & b'\end{vmatrix} = 0 \iff ab' - a'b = 0$

III. Equation réduite

On sait que toute droite a pour équation cartésienne $ax+by+c=0$ où $a, b \in \mathbb{R}$ et $(a,b) \neq (0,0)$

• $\boxed{\text{si } b \neq 0}$ $ax+by+c=0$

$\iff by = -ax - c$

$\iff y = \dfrac{-ax-c}{b}$

$\iff \boxed{y = -\dfrac{a}{b}x - \dfrac{c}{b}}$ équation réduite de d.

de la forme $y = Ax+B$

avec $A = -\dfrac{a}{b}$ et $B = -\dfrac{c}{b}$

donc si $b \neq 0$ la droite d'équation $ax+by+c=0$ est la représentation graphique d'une fonction affine.

- $\boxed{\text{si } b=0}$ d a pour équation $ax+c=0$ $(ax+0y+c=0)$

  $\Leftrightarrow x = \frac{-c}{a}$

  un vecteur directeur de d est donc $\vec{u}\begin{pmatrix}-0\\a\end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{u}\begin{pmatrix}0\\a\end{pmatrix}$

  on remarque que $\vec{u} = a\vec{J}$ $\qquad \vec{u}\begin{pmatrix}0\\a\end{pmatrix} = a\vec{J}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

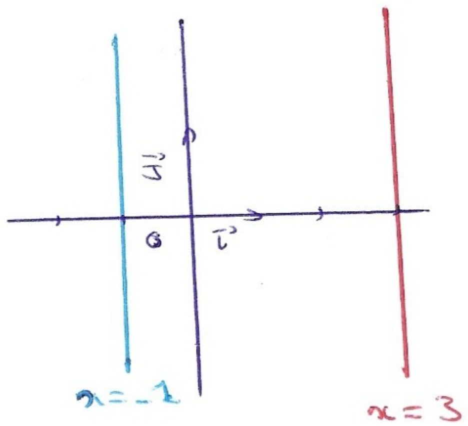
  $\vec{u}$ est colinéaire au vecteur $\vec{J}$

  Conclusion d est alors verticale.

<u>Rmq</u> : On peut regrouper toutes les droites du plan en 2 catégories.

- Les droites représentatives des fonctions affines ayant une équation réduite de la forme $y=ax+b$ $a,b \in \mathbb{R}$
- les droites verticales ayant pour équation $x=c$ $c \in \mathbb{R}$

<u>exple</u> : dtes verticales



<u>Remarques</u> :

- si d a pour équation réduite $y=ax+b$ alors elle a pour équation cartésienne $ax-y+b=0$ donc $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\a\end{pmatrix}$ est un coefficient directeur de d.
- On retrouve ici le même vocabulaire qu'avec les fonctions affines : a est le coefficient directeur de la droite et b est son ordonnée à l'origine
- 2 droites sont parallèles $\boxed{\text{ssi}}$ elles ont même coefficient directeur