IV Résolution de systèmes d'équations à 2 inconnues

1°/ Vocabulaire : appartenance d'un point à une droite

Un point appartient à une droite $\boxed{ssi}$ ses coordonnées vérifient l'équation de la droite.

exemple : $d : 2x + 3y - 7 = 0$ $\quad A(2;1)$ et $B(3;-1)$

Sont-ils des points de d.

⊛ Pour le point A

$2x_A + 3y_A - 7$

$= 2 \times 2 + 3 \times 1 - 7$

$= 0$

les coordonnées de A vérifient l'équation de $d \Leftrightarrow A \in d$

⊛ Pour le point B

$2x_B + 3y_B - 7$

$= 2 \times 3 + 3 \times (-1) - 7$

$= -4 \neq 0$

les coordonnées de B ne vérifient pas l'équation de $d \Leftrightarrow B \notin d$

2°/ Résolution du problème : recherche de l'intersection de 2 droites

Pb Soient $d_1 : x - 3y + 5 = 0$ et $d_2 : 2x - y = 0$

On veut déterminer les coordonnées du point d'intersection des 2 droites.

Rq : Vérifions si les droites sont sécantes (facultatif en fonction de l'énoncé)

$d_1 : x - 3y + 5 = 0$

$d_2 : 2x - y = 0$

$$\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 1 \times (-1) - 2 \times (-3) = 5$$

d_1 et d_2 sont bien sécantes

Analyse du problème et rédaction

Soit $M(x, y)$ un point du plan

M est un point d'intersection de d_1 et d_2

$$\underset{\text{DT}}{\Leftrightarrow} \begin{cases} M \in d_1 \\ M \in d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} x - 3y + 5 = 0 \\ 2x - y = 0 \end{cases}}$$

Système d'équation linéaires à 2 inconnues

Il reste à résoudre ce système

3) Méthode de résolution par substitution

$$\begin{cases} x - 3y + 5 = 0 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \boxed{x = 3y - 5} \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

Dans une des 2 équations on calcule une inconnue en fonction de l'autre

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y - 5 \\ 2(3y-5) - y = 0 \end{cases}$$

On remplace (substitue) alors dans la 2ème équation l'inconnue par ce qu'on a trouvé précédemment.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y - 5 \\ 6y - 10 - y = 0 \end{cases}$$

on résout la 2ème équation qui ne contient plus qu'une seule inconnue.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y - 5 \\ 5y - 10 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y - 5 \\ y = 2 \end{cases}$$

On remplace de nouveau l'inconnue par sa valeur dans la 1ère équation

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \times 2 - 5 = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Cl: $S = \{ (1 ; 2) \}$

Le point d'intersection de d_1 et d_2 est $A(1 ; 2)$.