6°) Méthode de résolution par combinaison linéaire

Essayons de résoudre par substitution le système suivant (ex 112 1°) p206)

$$\begin{cases} 3x + 5y = 31 \\ 5x + 4y = 43 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 31 - 5y \\ 5x + 4y = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{31-5y}{3} \\ 5x + 4y = 43 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{31-5y}{3} \\ 5 \times \dfrac{31-5y}{3} + 4y = 43 \end{cases}$$

Inconvénient majeur : il va falloir travailler avec les fractions

$\Rightarrow$ nécessité d'une méthode plus performante

$$\begin{array}{l} \times 5 \\ \times(-3) \end{array} \begin{cases} 3x + 5y = 31 \\ 5x + 4y = 43 \end{cases} \begin{array}{l} \times 4 \\ \times(-5) \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 15x + 25y = 155 \\ -15x - 12y = -129 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 0 + 13y = 26$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{26}{13} = 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12x + 20y = 124 \\ -25x - 20y = -215 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -13x + 0 = -91$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-91}{-13} = 7$$

Cl : $S = \{(7\,;2)\}$

Rédaction définitive :

$$\begin{array}{l} 5 \times \\ -3 \times \end{array} \begin{cases} 3x + 5y = 31 \\ 5x + 4y = 43 \end{cases} \begin{array}{l} \times 4 \\ \times(-5) \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 25y - 12y = 155 - 129 \\ 12x - 25x = 124 - 215 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 13y = 26 \\ -13x = -91 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 7 \end{cases}$$