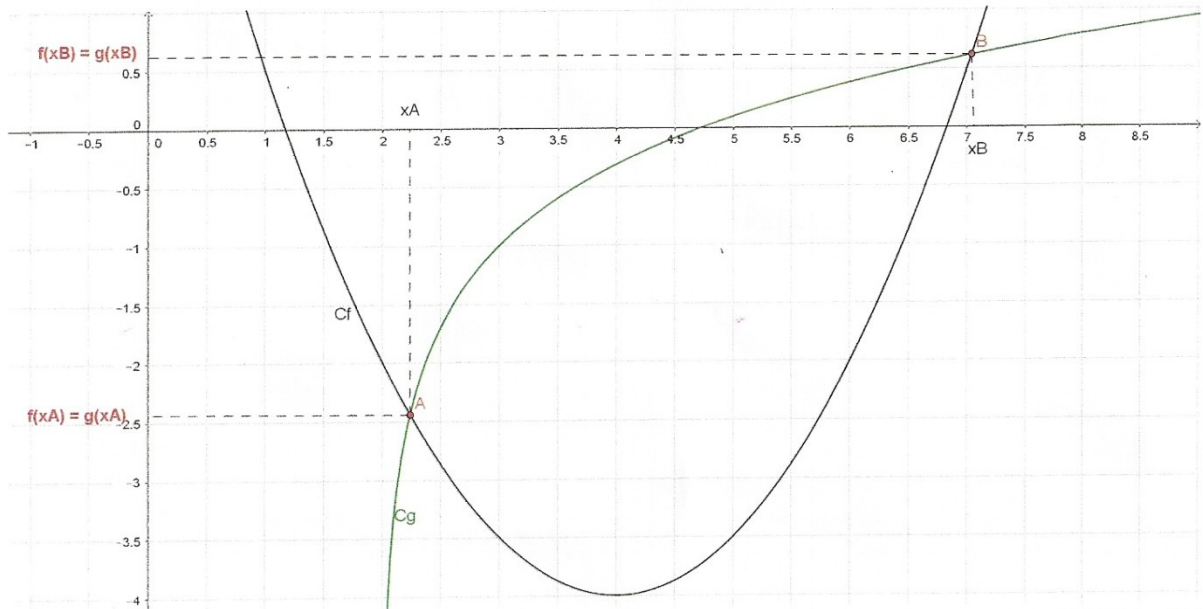


## VII Intersection et position relative de 2 courbes

### 1°) Position relative de 2 courbes

⊗ Cadre général avec 2 fonctions quelconques, méthode.

$C_f$  et  $C_g$  sont les courbes représentatives de deux fonctions définies sur un même intervalle



$C_f$  a pour équation  $y = f(x)$

$C_g$  a pour équation  $y = g(x)$

Pour étudier la position relative de  $C_f$  et  $C_g$  il faut comparer  $f(x)$  et  $g(x)$

Pour comparer 2 nombres on étudie le signe de leur différence.

### Méthode et rédaction

Pour étudier la position relative de  $C_f$  et  $C_g$  on étudie le signe de la différence  $f(x) - g(x)$

Puis la suite on construit un tableau de signes puis on conclut.

Exercice type : Étudier la position relative de  $C_f$  et  $C_g$  avec

$$f(x) = 2x^2 - 5x - 4 \quad \text{et} \quad g(x) = x^2 - 3x - 4$$

toutes les deux définies sur  $\mathbb{R}$ .



Pour étudier la position relative de  $C_f$  et  $C_g$  on étudie le signe de  $f(n) - g(n)$

$$\begin{aligned} f(n) - g(n) &= (2n^2 - 5n - 4) - (n^2 - 3n - 4) \\ &= 2n^2 - 5n - 4 - n^2 + 3n + 4 \\ &= n^2 - 2n = n \times n - 2n \\ &= n(n - 2) \end{aligned}$$

$$n - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow n = 2$$

| n         | -1 | 0 | 2 | + |
|-----------|----|---|---|---|
| n         | -  | 0 | + | + |
| n-2       | -  | 0 | - | + |
| f(n)-g(n) | +  | 0 | - | + |

Conclusion: sur  $]-\infty; 0[$ ,  $f(n) - g(n) > 0 \Leftrightarrow f(n) > g(n)$

$C_f$  est au dessus de  $C_g$

• sur  $]0, 2[$ ,  $f(n) - g(n) < 0 \Leftrightarrow f(n) < g(n)$

$C_f$  est en dessous de  $C_g$

• sur  $]2, +\infty[$ ,  $C_f$  est au dessus de  $C_g$

• Il y a 2 points d'intersection d'abscisses 0 et 2

## 2) Recherche des points d'intersection.

Avec l'exemple précédent

$M(n, y)$  est un point d'intersection de  $C_f$  et  $C_g$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} M \in C_f \\ M \in C_g \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = f(n) \\ y = g(n) \end{cases} \Rightarrow f(n) = g(n)$$

$$\Leftrightarrow 2n^2 - 5n - 4 = n^2 - 3n - 4$$

$$\Leftrightarrow 2n^2 - 5n - 4 - (n^2 - 3n - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow n(n - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow n = 0 \quad \text{ou} \quad n - 2 = 0$$

$\Downarrow$

$$y = f(0)$$

$$= -4$$

$$\Leftrightarrow n = 2$$

$\Downarrow$

$$y = f(2)$$

$$= -6$$

Conclusion: Il y a 2 points d'intersection:

A(0; -4) et B(2; -6)