

PROBABILITÉS

I Vocabulaire des événements

- Une **expérience aléatoire** est une expérience dont le résultat est lié au hasard.

exple: jeu de dés, tirer une carte dans un jeu de cartes
lancer d'une pièce de monnaie...

Étymologie: → hasard vient de l'arabe "az-zaha" qui signifie "dés" puis par la suite "chance"
→ aléatoire vient de alea, mot latin qui signifie "jeu de dés".

- L'**univers** d'une expérience aléatoire est l'ensemble de toutes les issues possibles de l'expérience aléatoire on le note Ω

exple: Pour le lancer d'un dé cubique || Par la suite, on travaillera avec cette expérience aléatoire
 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- Un **événement** est une partie de l'univers
On peut l'écrire sous forme d'ensemble ou en français

exple: $A = \{2, 4, 6\}$

A : "obtenir un nombre pair"

$B = \{5\}$ "obtenir 5"

$C = \{3, 6\}$ "obtenir un multiple de 3"

- Un **événement élémentaire** est un événement qui ne comporte qu'une seule issue (ou éventualité)

exple: B est un événement élémentaire

- Les événements élémentaires sont essentiels car ce sont eux qui permettent de calculer les probabilités
- Il y a autant d'événements élémentaires que d'issues

nombre d'événements élémentaires = nombre d'éléments de Ω

Def le nombre d'éléments d'un ensemble A est appelé le cardinal de l'ensemble A . Il est noté $\text{Card}(A)$

exple: $\text{card}(\Omega) = 6$ $\text{card}(A) = 3$ $\text{card}(B) = 1$
 $\text{card}(C) = 2$

- Ω est une partie de lui-même (la totalité). C'est donc un événement.

Il est bien évident que Ω est certain car cet événement sera réalisé.

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ "obtenir un nombre entre 1 et 6"

sa probabilité est donc maximale donc de 100% = $\frac{100}{100}$

on a donc $P(\Omega) = 1$

Ω est appelé l'événement certain

- L'événement impossible est l'événement qui ne contient aucune issue. Il est noté \emptyset et on a $P(\emptyset) = 0$

En français on peut formuler ainsi:

\emptyset : "obtenir 7" ou "tirer le roi de cœur"

Il suffit de sortir de l'univers de l'expérience aléatoire

Conséquence: Ω a la probabilité maximale et \emptyset la probabilité minimale.

Une probabilité est donc toujours comprise entre 0 et 1

$P(A) \in [0, 1]$ pour tout événement A

Rq: En astrophysique lorsqu'on arrive aux limites de théories actuellement connues (relativité d'Einstein ou mécanique quantique)

Il y a des incohérences. Par exemple quand on calcule

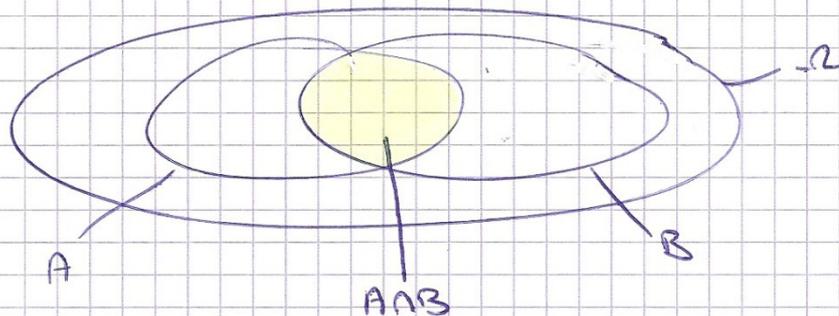
les probabilités dans les trous noirs ou lors du BIG BANG,

On obtient des probabilités infinies donc incohérentes.
D'où la nécessité de chercher de nouvelles théories.

• Intersection d'événements INTERSECTION = ET

Def: Soient A et B 2 événements.

L'événement $A \cap B$ est l'événement qui contient les issues qui sont à la fois dans A ET dans B



exemple: $A = \{2, 4, 6\}$ $B = \{5\}$ $C = \{3, 6\}$

$$A \cap B = \emptyset \quad B \cap C = \emptyset \quad A \cap C = \{6\}$$

2 événements sont incompatibles [SSI] leur intersection est vide

expe: A et B sont incompatibles

B et C sont incompatibles

A et C ne sont pas incompatibles

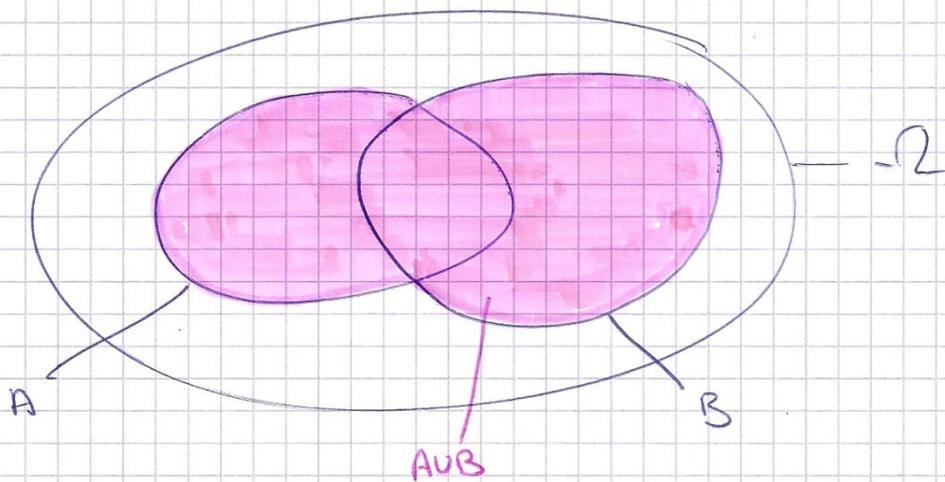
• Réunion d'événements REUNION = OU

Def: L'événement $A \cup B$ est l'événement qui contient les issues qui sont dans A OU dans B

Réunion signifie dans A ou dans B ou dans les deux.

Exemple $A \cup B = \{2, 4, 5, 6\}$ $A \cup C = \{2, 3, 4, 6\}$

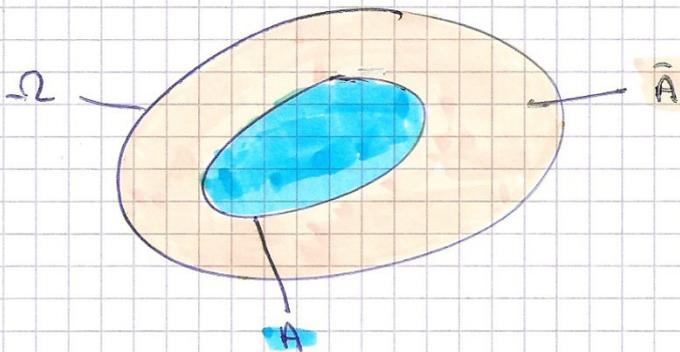
$$B \cup C = \{3, 5, 6\}$$



• Evénement contraire

Définition: l'événement contraire d'un événement A est l'événement qui contient toutes les issues de Ω qui ne sont pas dans A

Il est noté \bar{A} et se lit "non A " (ou "A barré" qui est toléré)



exemple $A = \{2, 4, 6\}$ $\bar{A} = \{1, 3, 5\}$ $\bar{\Omega} = \emptyset$

$B = \{5\}$ $\bar{B} = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ $\bar{\emptyset} = \Omega$

propriété: $A \cap \bar{A} = \emptyset$ (A et \bar{A} sont incompatibles)

$A \cup \bar{A} = \Omega$

vocabulaire des contraires:

Le contraire de "au moins un" est "aucun"

"au moins n " et "au plus $n-1$ "

"au plus n " et "au moins $n+1$ "