6°) Probabilité de l'évènement contraire

On sait que $A \cup \bar{A} = \Omega$ et $A \cap \bar{A} = \emptyset$

En appliquant la formule précédente on obtient :

$$p(A \cup \bar{A}) = p(A) + p(\bar{A}) - p(A \cap \bar{A})$$

$$\Leftrightarrow p(\Omega) = p(A) + p(\bar{A}) - p(\emptyset)$$

$$\Leftrightarrow 1 = p(A) + p(\bar{A})$$

D'où la propriété :

Prop : $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$.

III Utilitaire au calcul de probabilités en situation d'équiprobabilité

Rq : On a vu que lorsqu'il y a équiprobabilité, les problèmes se résument au comptage des issues favorables (card A) et des issues possibles (card(Ω)).

Dans certaines situations simples, cela peut se faire aisément. Mais il faut des utilitaires pour les situations plus compliquées (notamment quand il y a beaucoup d'issues)

1°) Un tableau à double entrée

Exemple : On lance 2 dés parfaitement équilibrés, l'un vert l'autre rouge. (dés cubiques). Calculer la probabilité de l'évènement A : " La somme des 2 dés est supérieure ou égale à 5 "

Il y a équiprobabilité donc $p(A) = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)}$

Il reste à effectuer le comptage

D'après le tableau à double entrée on a $\text{card}(\Omega) = 36$ et $\text{card}(A) = 30$

donc $p(A) = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$

pour illustrer cette expérience, on peut construire un tableau à double entrée :

dé vert / dé rouge	1	2	3	4	5	6
1	1 + 1 2	2 + 1 3	3 + 1 4	4 + 1 5	5 + 1 6	6 + 1 7
2	1 + 2 3	2 + 2 4	3 + 2 5	4 + 2 6	5 + 2 7	6 + 2 8
3	1 + 3 4	2 + 3 5	3 + 3 6	4 + 3 7	5 + 3 8	6 + 3 9
4	1 + 4 5	2 + 4 6	3 + 4 7	4 + 4 8	5 + 4 9	6 + 4 10
5	1 + 5 6	2 + 5 7	3 + 5 8	4 + 5 9	5 + 5 10	6 + 5 11
6	1 + 6 7	2 + 6 8	3 + 6 9	4 + 6 10	5 + 6 11	6 + 6 12

Somme des 2 dés

somme supérieure ou égale à 5

2°) Le schéma de partition et le diagramme de Carroll

Une étude sur un test de dépistage d'une maladie est effectuée sur un échantillon de 1 000 personnes. Le test est positif dans 2 % des cas.
De plus, 95 % des personnes ayant un test négatif ne sont en effet pas malades.
Et 10 % des personnes ayant un test positif ne sont en fait pas malades (ce sont des « faux positifs »). On choisit au hasard le test d'une personne de l'échantillon et on note P « le test de la personne est positif » et M « la personne est malade ».

1°) Calculer les effectifs correspondant aux pourcentages donnés dans le texte.
A quel événements correspondent-ils ?

2°) Construire un schéma de partition traduisant la situation

3°) Calculer la probabilité des évènement P, M, $P \cap M$ et $P \cup M$.

4°) Reprendre l'exercice en construisant un diagramme de Carroll.

1°) • Le test est positif dans 2 % des cas.

$\text{effectif} = \frac{2}{100} \times 1000 = 20 = \text{card}(P)$

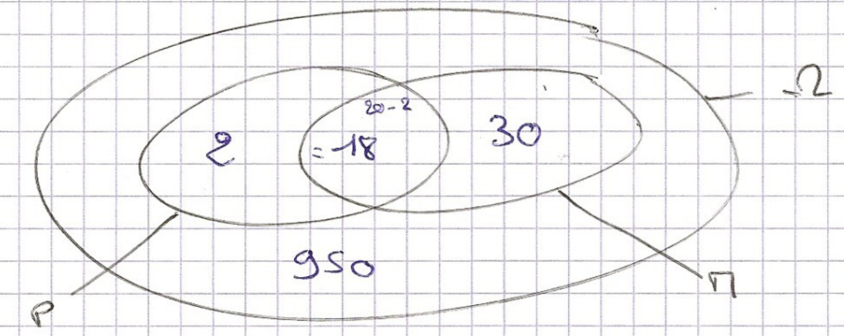
• 95 % des personnes ayant un test négatif ne sont pas malades

$\text{effectif} = \frac{95}{100} \times 1000 = 950 = \text{card}(\bar{P} \cap \bar{M})$

• 10 % des personnes ayant un test positif ne sont pas malades

$\text{effectif} = \frac{10}{100} \times 20 = 2 = \text{card}(P \cap \bar{M})$

2°)



3°) Il y a équiprobabilité donc

$p(P) = \frac{\text{card}(P)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{2+18}{1000} = \frac{20}{1000} = 0{,}02$

$p(M) = \frac{30+18}{1000} = 0{,}048 \qquad p(P \cap M) = \frac{18}{1000} = 0{,}018 \qquad p(P \cup M) = \frac{2+18+30}{1000} = 0{,}050$

4°)

diagramme de carroll

	M	$\bar{M}$	Total
P	18	2	20
$\bar{P}$	30	950	980
Total	48	952	1000

$p(P \cup M) = p(P) + p(M) - p(P \cap M)$
$= 0{,}050$

Rq : le diagramme de Carroll donne plus de renseignements, donc permet de calculer plus de probabilités par simple lecture.