3°) Arbres de comptage

Exemple : On lance 4 fois successivement une pièce de monnaie parfaitement équilibrée. Calculer la probabilité d'obtenir au moins une fois pile

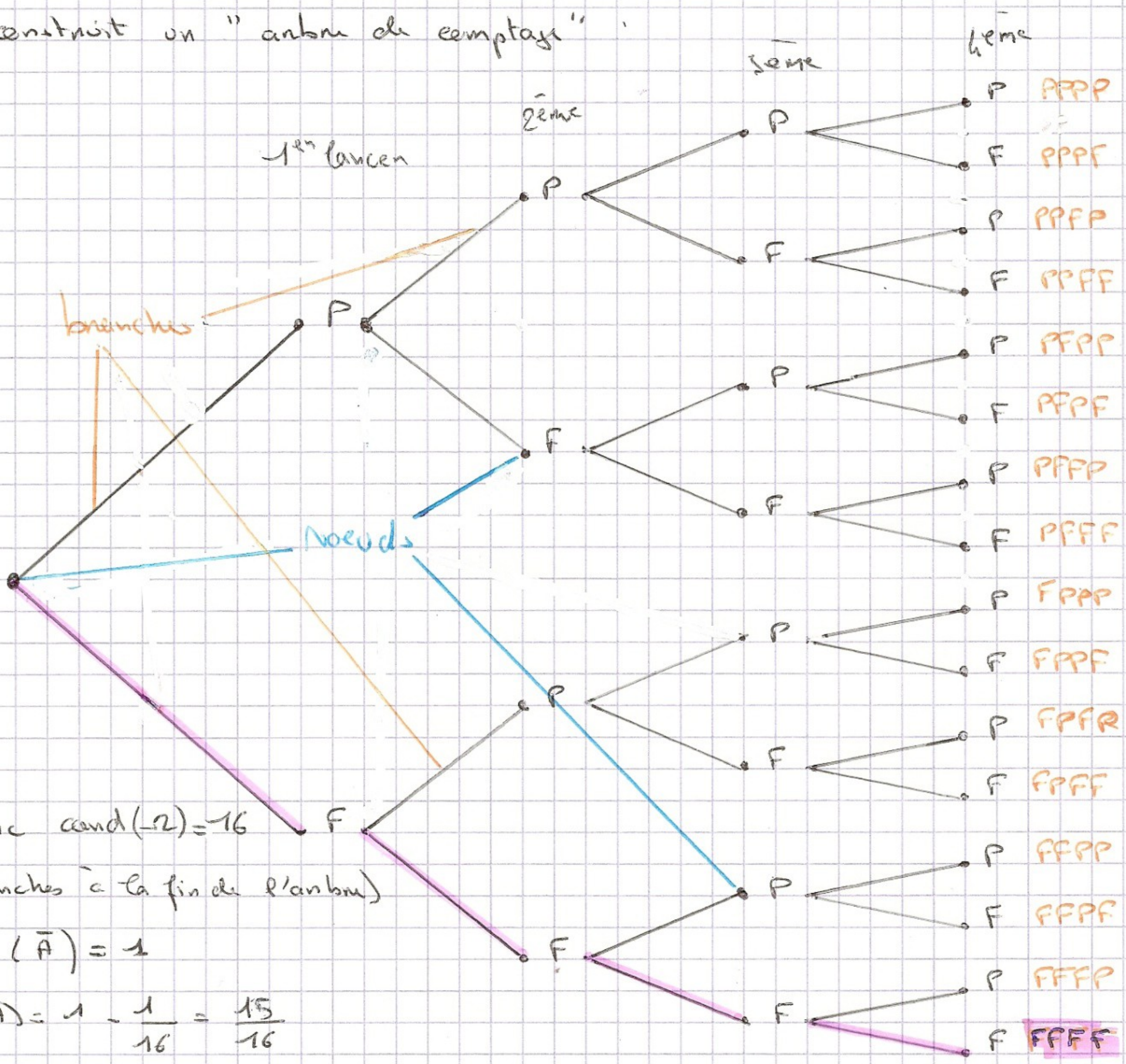
la pièce est équilibrée donc il y a équiprobabilité.

On note A : " obtenir au moins une fois pile "

On passe donc par l'événement contraire $\bar{A}$: " n'obtenir aucune fois P.G "

on a $p(A) = 1 - p(\bar{A}) = 1 - \dfrac{card(\bar{A})}{card(\Omega)}$

On construit un " arbre de comptage " :



on a donc $card(\Omega) = 16$

(16 branches à la fin de l'arbre)

et $card(\bar{A}) = 1$

donc $p(A) = 1 - \dfrac{1}{16} = \dfrac{15}{16}$

Avantage : On a une description très détaillée de l'expérience aléatoire => on pourra donc "lire" directement les résultats dans l'arbre

Inconvénient : Impossible à faire s'il y a trop de branches

4°) Arbre schématique (système de cases)

exemple : Une urne contient 4 boules blanches et 5 boules noires. On tire successivement 2 boules de l'urne en remettant à chaque fois dans l'urne la boule tirée

(TIRAGE SUCCESSIF AVEC REMISE)

Calculer la probabilité d'obtenir 2 boules blanches

Les boules sont indiscernables au toucher. Il y a donc équiprobabilité

soit A : " obtenir 2 blanches " on a : $p(A) = \dfrac{card(A)}{card(\Omega)}$

On se rend facilement compte qu'un arbre de comptage comporterait trop de branches ⇒ il faut le simplifier et en donner une représentation schématique en indiquant le nombre de branches à chaque étape.

- $card(\Omega)$

$\boxed{}$ et $\boxed{}$ $\qquad card(\Omega) = 81$

9 choix × 9 choix = 81 issues possibles

$$\boxed{p(A) = \frac{16}{81}}$$

- $card(A)$

$\boxed{B}$ et $\boxed{B}$ $\qquad card(A) = 16$

4 choix × 4 choix = 16 issues favorables

Calculer la probabilité de B : " obtenir 2 boules de couleurs différentes "

- $card(B)$

$\boxed{N}$ et $\boxed{B}$ ou $\boxed{B}$ et $\boxed{N}$ $\qquad card(B) = 40$

5 × 4 + 4 × 5 = 40 issues favorables

donc $\boxed{p(B) = \dfrac{40}{81}}$

Rq très importante : Lorsqu'on comptabilise les issues,

$\boxed{\text{et}}$ se traduit par $\times$

$\boxed{\text{ou}}$ se traduit par $+$

Avantages : On peut toujours construire un arbre schématique même quand il y a beaucoup d'issues

Inconvénients : On perd des informations

→ Dans certains cas, il faudra trouver des moyens plus adaptés.

IV 3 situations de référence en probabilité

Beaucoup d'expériences aléatoires peuvent se ramener au trois types de tirage suivants :

→ LE TIRAGE SUCCESSIF $\boxed{\text{AVEC}}$ REMISE

Successif indique que l'ordre a une importance

avec remise indique qu'il peut y avoir des répétitions (on peut tirer 2 fois ou + sieurs fois la même boule)

= ORDRE $\boxed{\text{ET}}$ REPETITIONS

→ LE TIRAGE SUCCESSIF $\boxed{\text{SANS}}$ REMISE

On ne remet pas la boule dans l'urne après l'avoir tirée.

Il n'y a donc pas de répétition possible

= ORDRE $\boxed{\text{SANS}}$ REPETITION

→ LE TIRAGE SIMULTANE

Ici on tire les boules simultanément donc l'ordre disparait et on ne peut bien sûr pas avoir 2 fois la même boule.

= $\boxed{\text{NI}}$ ORDRE $\boxed{\text{NI}}$ REPETITION

Attention : les arbres de comptage ne sont pas adaptés pour les tirages simultanés. Il faudra donc utiliser d'autres méthodes exemple : Reprenons le même exercice de la fin du III avec un tirage sans remise

- card (Ω)

$\boxed{}$ et $\boxed{}$ card (Ω) = 72

9 × 8 = 72 issues possibles

- card (A)

$\boxed{B}$ et $\boxed{B}$ card (A) = 12

4 × 3 = 12 issues favorables

$$\boxed{p(A) = \frac{12}{72} = \frac{1}{6}}$$

- card (B)

$\boxed{N}$ et $\boxed{B}$ ou $\boxed{B}$ et $\boxed{N}$

5 × 4 + 4 × 5 = 40 issues favorables

donc $\boxed{p(B) = \frac{40}{72} = \frac{5}{9}}$