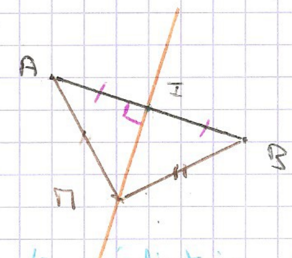
III Symétrie de la parabole - Fonctions paires

Rappel : médiatrice

Def 1 : La médiatrice d'un segment [AB] est la droite qui passe par le milieu de [AB] et qui est perpendiculaire à (AB)

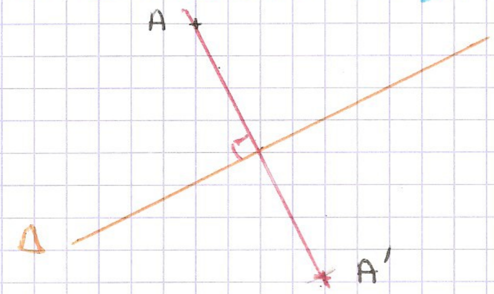


Def 2 : La médiatrice de [AB] est l'ensemble des points M du plan équidistants de A et de B

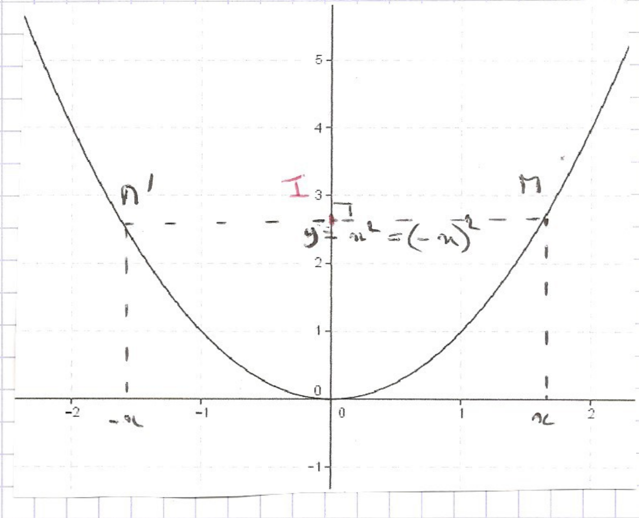
Rappel : Symétrie axiale

A' est l'image de A par la symétrie axiale d'axe Δ

ssi Δ est la médiatrice de [AA']



Revenons à la parabole représentative de la fonction carré



On montre facilement que pour tout $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} M(x,y) \in \mathcal{P} &\iff y = x^2 \\ &\iff y = (-x)^2 \quad \text{car } (-x)^2 = (-x)\times(-x) = x^2 \\ &\iff M'(-x,y) \in \mathcal{P} \end{aligned}$$

→ Il est évident que le milieu I de $[MM']$ a pour abscisse 0

→ De plus, M et M' ont même ordonnée donc (MM') est parallèle à l'axe des abscisses donc perpendiculaire à l'axe des ordonnées.

En conclusion, l'axe des ordonnées est la médiatrice de $[MM']$ donc M et M' sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées

Propriété : La parabole représentative de la fonction carré est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées

Def : fonction $\boxed{\text{PAIRE}}$

Soit f une fonction définie sur un intervalle symétrique par rapport à 0 (du type $[-a, a]$ ou $]-a, a[$)

f est PAIRE $\boxed{\text{ssi}}$ $f(-x) = f(x)$

Prop : La courbe représentative d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées