

III Coordonnées de vecteurs et opérations

Intuitivement, il est clair que les opérations sur les vecteurs (addition et multiplication par un réel) vont se transmettre aux coordonnées d'où la propriété :

Propriété : Soient $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ 2 vecteurs

soit $k \in \mathbb{R}$

$$\bullet \vec{u} + \vec{v} \begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix} \quad \bullet k\vec{u} \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$$

Remarque : $\vec{u} - \vec{v} \begin{pmatrix} x-x' \\ y-y' \end{pmatrix}$

exemple : $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$

Calculer les coordonnées de $\vec{u} + \vec{v}$, $3\vec{u}$ et $2\vec{u} + 3\vec{v}$

$$\bullet \vec{u} + \vec{v} \begin{pmatrix} -2+1 \\ 3+5 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{u} + \vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\bullet 3\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \times (-2) \\ 3 \times 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow 3\vec{u} \begin{pmatrix} -6 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$\bullet 2\vec{u} + 3\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \times (-2) + 3 \times 1 \\ 2 \times 3 + 3 \times 5 \end{pmatrix} \Leftrightarrow 2\vec{u} + 3\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 21 \end{pmatrix}$$

Propriété : Soient $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ 2 points du plan
 I milieu de $[AB] \Leftrightarrow I \left(\frac{x_A+x_B}{2} ; \frac{y_A+y_B}{2} \right)$

Remarque : On fait la moyenne des coordonnées de A et de B

Démonstration :



$$\vec{AI} = \vec{IB}$$

$$\vec{AI} \begin{pmatrix} x_I - x_A \\ y_I - y_A \end{pmatrix}$$

$$\text{et } \vec{IB} \begin{pmatrix} x_B - x_I \\ y_B - y_I \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \vec{AI} = \vec{IB} &\Leftrightarrow \begin{cases} x_I - x_A = x_B - x_I \\ y_I - y_A = y_B - y_I \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I + x_I = x_B + x_A \\ y_I + y_I = y_B + y_A \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_I = x_A + x_B \\ 2y_I = y_A + y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{1}{2}(x_A + x_B) \\ y_I = \frac{1}{2}(y_A + y_B) \end{cases} \end{aligned}$$

exemple: $A(-2; 3)$ et $B(6; 7)$ Calculer les coordonnées du milieu I de $[AB]$

$$I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right) \Leftrightarrow I\left(\frac{-2 + 6}{2}; \frac{3 + 7}{2}\right) \\ \Leftrightarrow I(2; 5)$$

Exercice type:

Soient $A(5; 4)$ et $B(2; 1)$ 2 points du plan.
Déterminer les coordonnées de C , image de A par la symétrie centrale de centre B

SYMÉTRIE CENTRALE = MILIEU.

B est le symétrique de A par rapport à C

$\Leftrightarrow B$ est le milieu de $[AC]$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_B = x_A + x_C \\ 2y_B = y_A + y_C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_B - x_A = x_C \\ 2y_B - y_A = y_C \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 2 \times 2 - 5 = -1 \\ y_C = 2 \times 1 - 4 = -2 \end{cases}$$

Conclusion: $C(-1; -2)$