

MÉTHODES GT REDACTION (Terminale)

MONTRER UNE INÉGALITÉ $A < B$

Méthode 1 (méthode de base)

EN UNE INTENTION

On étudie le signe de $A - B$

→ on calcule $A - B$

→ on factorise et on réduit au même dénominateur

pour obtenir l'étude du signe d'un produit ou d'un quotient

→ Si la variable est un réel n

On construit un **TABLÉAU**

DE SIGNES qui permet
de conclure

si la variable est un entier n

PAS DE TABLÉAU DE SIGNES

On étudie séparément le signe

de chacun des facteurs en utilisant les
règles sur les inégalités.

On utilise les règles des signes pour
conclure

Méthode 2 :

On part d'une inégalité existante (donnée dans l'énoncé ou démontrée dans une question précédente) et on la modifie grâce aux règles sur les inégalités et surtout en utilisant le sens de variation des fonctions de référence ou bien étudiée plus tôt dans l'exercice

Méthode 3 :

(SI) on doit montrer l'inégalité pour tout entier n

(ALORS) on pourra envisager une démonstration par récurrence

Remarques

- La méthode 1 est la méthode de base prioritaire sauf lorsqu'on est dans une démonstration par récurrence.
- Dans la démonstration par récurrence, à l'étape d'hérédité, on privilégiera la méthode 2 en partant de l'hypothèse de récurrence.
- Attention à ne pas écrire la conclusion avant la dernière ligne de votre démonstration.
- Attention : Pas de tableau de signes quand on travaille avec n qui est un entier.

La méthode 1 est très largement utilisée pour

- Étudier la position relative de 2 courbes
- majoration - minoration - encadrement
- Étude des variations d'une suite
- etc...

partout où on doit comparer 2 expressions

La méthode 3 est utilisée pour

- majorer ou minorer une suite définie par récurrence
 - variations d'une suite définie par récurrence
- sous la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction croissante

Exemple 1 Montrer que $n^2 \leq n$ pour tout n de $[0, 1]$

On étudie le signe de $n^2 - n$

$$n^2 - n$$

$$= n(n-1)$$

n	0		1
n	0	+	
$n-1$		-	0
$n(n-1)$	0	-	0

Conclusion:

si $n \in [0, 1]$

$$n^2 - n \leq 0$$

$$\Leftrightarrow n^2 \leq n$$

Exemple 2: Montrer que $\lfloor \sin \rfloor n \in [-2, 3]$

Alors $3e^n + 1 \in [-1, 65]$

Architecture de la démonstration

$$n \in [-2, 3]$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq n \leq 3$$

$$\Leftrightarrow e^{-2} \leq e^n \leq e^3$$

car la fonction exponentielle est strictement croissante sur $[-2, 3]$

$$\Leftrightarrow 3e^{-2} \leq 3e^n \leq 3e^3$$

$$\Leftrightarrow 3e^{-2} + 1 \leq 3e^n + 1 \leq 3e^3$$

$$3e^{-2} + 1 \approx 1,4$$

$$3e^3 + 1 \approx 64$$

$$\Rightarrow 1 \leq 3e^n + 1 \leq 65$$

Conclusion:

si $n \in [-2, 3]$

$$\Leftrightarrow 3e^n + 1 \in [1, 65]$$

Alors $3e^n + 1 \in [-1, 65]$