

METHODS ET REDACTION (Terminale) (1ère)

ETUDIER LES VARIATIONS D'UNE FONCTION

Remarque: le sens de variation des fonctions affines est connu depuis la seconde et ne demande aucune autre justification que le signe du coefficient directeur

METHOD DE BASE

Pour étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle I , on étudie le signe de $f'(x)$ sur I

- 1ère étape: Justifier que la fonction f est dérivable sur I

Redaction: (exigible en terminale seulement)

" f est dérivable sur I comme somme de fonctions dérivables sur I
(ou produit ...) (ou quotient à dénominateur non nul)
(ou composée ...)

Attention à utiliser le bon mot de vocabulaire

- 2ème étape: Calculer $f'(x)$

Pré-requis: une connaissance **PARFAITE** des formules de dérivation

- Pour dériver on utilisera la forme donnée dans l'énoncé (c'est en général la plus pratique) sans modifier l'écriture de la fonction
- Pensez à utiliser la formule $\left(\frac{1}{u}\right)' = \frac{-u'}{u^2}$
- Dans les formules, les u et v doivent obligatoirement contenir des x sinon ce sont des constantes
(voir ex-type 1)

- 3ème étape : FACTORISER et REDUIRE AU PLUS PETIT DENOMINATEUR
comme dans toutes les études de signe

Il ne doit rester comme facteurs que des fonctions affines, des trinômes du second degré ou des expressions simples du type $(ae^{ax} + b)$

- 4ème étape : Résoudre des petites inéquations pour chacun des facteurs simples de $f'(x)$ autres que les fonctions affines ou les trinômes

voir exercice type 2

- ATTENTION : on ne résout JAMAIS $f'(x) = 0$
ni des équations $\dots = 0$
sauf si c'est expressément demandé dans l'énoncé.

seulement des inéquations

- 5ème étape On construit 2 tableaux de signes de $f'(x)$ et on en déduit le tableau de variation de f

- Les 2 tableaux sont regroupés en 1 seul
- Ce tableau fait office de conclusion.
- Tous les facteurs de $f'(x)$ doivent apparaître dans le tableau de signe, sans exception

Exercice type 1 Etudier les variations de la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = 2x + \frac{2}{x^2}$

- f est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ comme somme de fonctions dérivables
- Pour étudier les variations de f on étudie le signe de $f'(x)$

$$\forall x \in \mathbb{R}^* \quad f'(x) = 2 + 2 \times \left(-\frac{1}{x^2} \right)$$

$$= 2 - \frac{2}{x^2}$$

$$= \frac{2x^2 - 2}{x^2}$$

$$\frac{2}{x} = \frac{\sqrt{2} \times \frac{1}{x}}{1}$$

Constante
multiplicative

Pour $2x^2 - 2$

$\Delta = \dots = 16$ Il y a 2 racines $x_1 = 1$ ou $x_2 = -1$

le trinôme est du signe de $a=2$ à l'extérieur des racines

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$2x^2 - 2$	+	0	-	-	0	+
x^2	+	+	0	+	+	+
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
variations de f						

Exercice type 2

Exercice type 2: Étudier la variations de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - e^{3x} + 7$

f est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme somme et composée de fonctions dérivables

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad f'(x) = 3 - 3e^{3x} \quad (e^{ax+b})' = ae^{ax+b}$$

On résout $3 - 3e^{3x} > 0$ " On met un signe + dans le tableau de signe quand..."

$$\Leftrightarrow -3e^{3x} > -3$$

$$\Leftrightarrow e^{3x} < \frac{-3}{-3}$$

$$\Leftrightarrow e^{3x} < 1$$

$$\Leftrightarrow e^{3x} < e^0$$

$$\Leftrightarrow 3x < 0$$

$$\Leftrightarrow x < 0$$

$$\boxed{e^0 = 1}$$

$$e^a < e^b \Leftrightarrow a < b$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x) = 3 - 3e^{3x}$	+	0	-
variations de f			

$$f(0) = 6$$

Attention: Pas de valeur approchée dans 1 tableau de variation