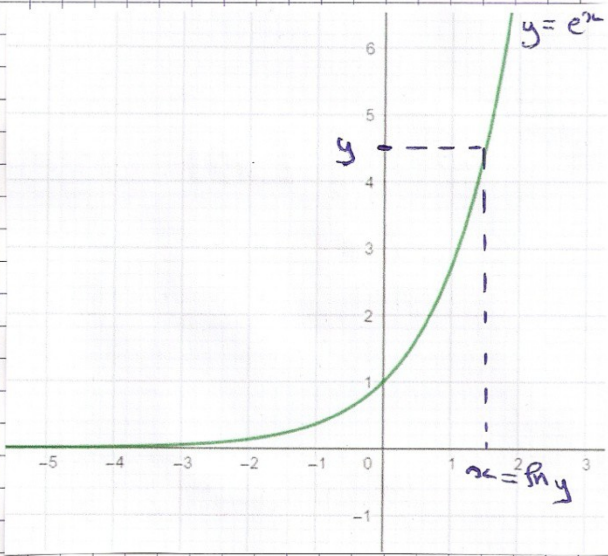
COMPLÉMENT — Résolution d'équations avec exponentielle. Notion de logarithme népérien



- On a vu que la fonction exponentielle est strictement croissante et aussi strictement positive sur $\mathbb{R}$.

Ainsi, tout réel x possède une image dans $\mathbb{R}_+^* =]0, +\infty[$. Cette image est unique.

Réciproquement tout réel $y \in \mathbb{R}_+^*$ possède un unique antécédent par la fonction exponentielle.

On définit ainsi une nouvelle fonction qui à tout réel strictement positif y associe son unique antécédent par la fonction exponentielle. Cette fonction s'appelle la fonction logarithme népérien qui est notée $\ln$

et on a $\forall y \in \mathbb{R}_+^*$ $\quad x = \ln y \Leftrightarrow e^x = y$

On dit que la fonction $\ln$ est la fonction réciproque de la fonction exponentielle

quelques propriétés évidentes :

- $\ln$ est définie sur $\mathbb{R}_+^* =]0, +\infty[$.
- $e^0 = 1 \Leftrightarrow 0 = \ln 1$

  $e^1 = e \Leftrightarrow 1 = \ln e$
- $\forall y \in \mathbb{R}_+^* \quad e^{\ln y} = y$
- $\forall x \in \mathbb{R} \quad \ln(e^x) = x$

- $\ln a = \ln b \iff e^{\ln a} = e^{\ln b} \iff a = b$
- $\ln a > \ln b \iff e^{\ln a} > e^{\ln b} \iff a > b$

expe d'équations et d'inéquations.

- $e^{x} = 3$

$\iff x = \ln 3$

$S = \{\ln 3\}$

- $e^{2-3x} = 7$

$\iff 2 - 3x = \ln 7$

$\iff -3x = \ln 7 - 2$

$\iff x = \dfrac{\ln 7 - 2}{-3}$

- $e^{-3x} > 3$

$\iff \ln e^{-3x} > \ln 3$

$\iff -3x > \ln 3$

$\iff x < \dfrac{\ln 3}{-3}$