Convexité - lecture graphique.

Exercice 1

Esquisser l'allure de la courbe représentative d'une fonction f à partir de la donnée des tableaux de variation de f et de f'.

x	-5		-2		2		5
Variation de f	-1	↗	3	↘	-2	↗	0

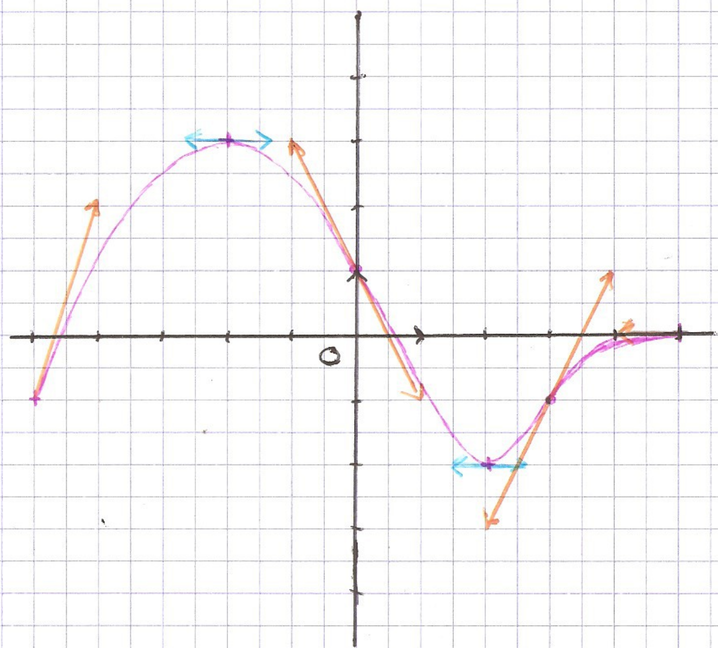
x	-5		0		3		5
Variation de f'	3	↘	-2	↗	2	↘	0

Renseignements du tableau de variation de f

- $f(-5) = -1$
- $f(-2) = 3$
- $f(2) = -2$
- $f(5) = 0$
- $f'(-2) = 0$ extremum local
- $f'(2) = 0$ $f'(a) = 0$ Tangente horizontale

Renseignements du tableau de variation de f'

- f est concave sur $[-5;0] \cup [3,5]$ $\Rightarrow$ Il y a 2 point d'inflexion d'abscisse 0 et 3
- f est convexe sur $[0,3]$
- $f'(-5) = 3 = \frac{3}{1}$
- $f'(0) = -2 = \frac{-2}{1}$
- $f'(3) = 2 = \frac{2}{1}$
- $f'(5) = 0$

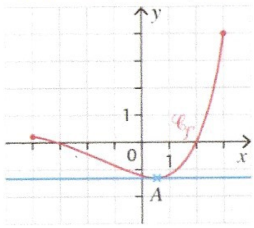


- $f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse a

- coefficient directeur $= \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ $= \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$

Exercice 2

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-4\,;\,3]$. La représentation graphique $\mathscr{C}_{f'}$ de sa fonction dérivée f' est donnée ci-dessous. Elle admet une tangente horizontale au point $A(0{,}5\,;\,-1{,}3)$.



1. Déterminer graphiquement le signe de f' et en déduire le sens de variation de f sur $[-4\,;\,3]$.
2. Déterminer graphiquement le sens de variation de f' et en déduire la convexité de f.

1°) Pour déterminer le signe de f' on regarde si la courbe de f' est située au dessus ou en dessous de l'axe des abscisse

On peut donc construire le tableau suivant :

x	-4		-3		2		3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
variations de f		↗		↘		↗	

2°) Pour déterminer les variations de f' on regarde si la courbe "monte" ou "descend"

x	-4		$0{,}5$		3
variations de f'		↘	$-1{,}3$	↗	
signe de $f''(x)$		$-$	0	$+$	

f est concave sur $[-4\,;\,0{,}5]$

f est convexe sur $[0{,}5\,;\,3]$

Il y a 1 point d'inflexion d'abscisse $0{,}5$