II Exercice type : Montrer qu'une fonction est solution d'une équa diff

Exercice : Montrer que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$f(x) = 2e^{\frac{5}{3}x}$ est une solution de l'équation différentielle

$3y' - 5y = 0$

$f(x) = 2e^{\frac{5}{3}x}$ f est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme composée de fct dérivables

$\forall x \in \mathbb{R}$ $f'(x) = 2 \times \frac{5}{3} e^{\frac{5}{3}x}$

On a $3f'(x) - 5f(x) = \cancel{3} \times 2 \times \frac{5}{\cancel{3}} e^{\frac{5}{3}x} - 5 \times 2e^{\frac{5}{3}x}$

$= 10e^{\frac{5}{3}x} - 10e^{\frac{5}{3}x} = 0$

Conclusion f est bien solution de $3y' - 5y = 0$

Exercice : Déterminer une solution affine de l'équation différentielle $2y' + 3y = 6x + 1$

Soit $f(x) = ax + b$ une fonction affine.

$\forall x \in \mathbb{R}$ $f'(x) = a$

f est solution de $2y' + 3y = 6x + 1$

$\Leftrightarrow 2f'(x) + 3f(x) = 6x + 1$

$\Leftrightarrow 2a + 3(ax + b) = 6x + 1$

$\Leftrightarrow 3ax + 3b + 2a = 6x + 1$

Par identification des coefficients

$$\begin{cases} 3a = 6 \\ 3b + 2a = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{6}{3} = 2 \\ 3b + 4 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$$

Conclusion : $f(x) = 2x - 1$ est une solution de l'équa diff $2y' + 3y = 6x + 1$.