Ex 42 p. 251

1°) a) $\int_0^x f(t)dt = \int_0^{-3} f(t)dt + \int_{-3}^x f(t)dt$

$= -\int_{-3}^0 f(t)dt - \int_x^{-3} f(t)dt$

$= -\underbrace{\left(\int_{-3}^0 f(t)dt + \int_x^{-3} f(t)dt\right)}_{<0}$

donc $\int_0^x f(t)dt \geq 0$ quand $x \in [-4\,;-3]$

b) si $-3 \leq x \leq 0$

$\int_0^x f(t)dt = -\underbrace{\int_x^0 f(t)dt}_{<0}$ $\boxed{>0}$

c) si $0 \leq x \leq 1$. $\int_0^x f(t)dt \leq 0$

2°) On remarque que F est LA primitive de f sur $[-5\,;2]$ qui s'annule pour $x = 0$

On a donc $\forall x \in [-5\,;2]$ $F'(x) = f(x)$.

x	-5		-3		0		1		2
signe de $F'(x) = f(x)$		$+$	0		$-$		0	$+$	
variations de F		↗			0 ↘			↗	

Ex 54. p 253

$f(t) = 5te^{-t}$ sur $[0, +\infty[$

$F(t) = -5e^{-t} - f(t)$.

1°) $F(t) = -5e^{-t} - 5te^{-t}$

$u(t) = -5t \qquad u'(t) = -5$

$v(t) = e^{-t} \qquad v'(t) = -e^{-t}$

$\forall x \in]0, +\infty[\quad F'(t) = -5 \times (-e^{-t}) + (-5e^{-t}) + 5te^{-t}$

$= \cancel{5e^{-t}} - \cancel{5e^{-t}} + 5te^{-t}$

$= 5te^{-t} = f(t)$

cl : F est bien une primitive de f sur $[0, +\infty[$

2°) sur la 1ère heure la concentration moyenne est.

$\mu_1 = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(t)dt$

$= \frac{1}{1-0} \int_0^1 f(t)dt = \int_0^1 f(t)\,dt = [F(t)]_0^1 = F(1) - F(0)$

pendant les 2 premières heures.

$\mu_2 = \frac{1}{2-0} \int_0^2 f(t)dt = \frac{1}{2} \int_0^2 f(t)dt = \frac{1}{2} [F(t)]_0^2$

$= \frac{1}{2} (F(2) - F(0))$