INTEGRATION PAR PARTIES hors programme TS

Soient u et v 2 fonctions dérivables (donc continues) sur un intervalle $I = [a,b]$. Soient u' et v' leurs dérivées telles que u' et v' sont dérivables sur I.

On sait que $(uv)' = u'v + uv'$

donc $\int_a^b (uv)'(x)dx = \int_a^b u'(x)v(x)dx + \int_a^b u(x)v'(x)dx$

$\iff [uv(x)]_a^b = \int_a^b u'(x)v(x)dx + \int_a^b u(x)v'(x)dx$

$\iff \int_a^b u(x)v'(x)dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)dx$

FORMULE d'intégration par parties

$$\boxed{\int_I uv' = [uv]_I - \int_I u'v}$$

<u>Exemple</u>: Recherche d'une primitive de la fonction ln.
on cherche <u>LA</u> primitive qui s'annule pour $x=e$
Cette primitive est définie par

$$F(x) = \int_e^x \ln t\,dt = \int_e^x 1 \times \ln t\,dt$$

$u(t) = \ln t$ ‖ $u'(t) = \frac{1}{t}$

$v'(t) = 1$ ‖ $v(t) = t$

u, v, u' et v' sont continues donc d'après la formule d'IPP.

$$F(x) = [t\ln t]_e^x - \int_e^x \frac{1}{t} \times t\,dt$$

$$= x\ln x - e\ln e - \int_e^x 1\,dt = x\ln x - e\ln e - [x]_e^x$$

$$= x\ln x \cancel{-e} - (x \cancel{-e}) = x\ln x - x$$

Rq: on prend ln pour u et exp pour v'