## IV Etude de la fonction tangente

Rq : Dans le triangle rectangle on a $\tan \alpha = \dfrac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$

et donc on a $\tan \alpha = \dfrac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = f(x)$

En remarquant dans $\mathbb{R}$ que $\cos x = 0 \iff x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

- La fonction tangente est définie sur $\mathbb{R} - \left\{ \dfrac{\pi}{2} + k\pi \quad k \in \mathbb{Z} \right\}$ par $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

- sin et cos étant périodiques de période $2\pi$, la fct tangente l'est aussi

mais on remarque que $\tan(x+\pi) = \dfrac{\sin(x+\pi)}{\cos(x+\pi)} = \dfrac{-\sin x}{-\cos x} = \dfrac{\sin x}{\cos x} = \tan x$

la fonction tangente est périodique de période $\pi$

- $\forall x \in D_f \quad f(-x) = \dfrac{\sin(-x)}{\cos(-x)} = \dfrac{-\sin x}{\cos x} = -\tan x = -f(x)$

la fonction tangente est IMPAIRE $\Rightarrow$ la courbe représentative est symétrique par rapport à l'origine du repère.

Conséquence : on pourra étudier cette fct sur une $\frac{1}{2}$ période

sur $\left[0, \dfrac{\pi}{2}\right[$

- La fct tangente est dérivable comme quotient de fct dérivables à dénominateur non nul, sur $\mathbb{R} - \left\{ \dfrac{\pi}{2} + k\pi \quad k \in \mathbb{Z} \right\}$

$$\forall x \in D_f \quad f'(x) = \frac{\cos x \times \cos x - \sin x \times (-\sin x)}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{1}{\cos^2 x}$$

Un carré est toujours positif donc la fct tangente est st $\nearrow$ sur $D_f$.

### Courbe représentative

Les asymptotes verticales s'obtiennent aisément en calculant la limite en $\dfrac{\pi}{2}$ par valeur inférieure