

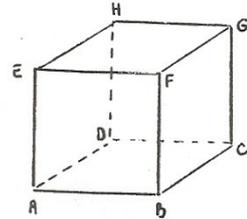
Géométrie dans l'espace

I. Perspective cavalière

Règles

En perspective cavalière:

- Deux droites parallèles sont représentées par deux droites parallèles.
- Les longueurs et les angles ne sont représentés en vraie grandeur que dans les plans «de face».
- Les proportions sur un segment sont respectées.
- Les parties cachées sont représentées en pointillés.



II. Détermination d'un plan

Propriétés

Un plan peut être déterminé par:

- trois points non alignés.
- une droite et un point extérieur à cette droite.
- deux droites sécantes.
- un point et deux vecteurs non colinéaires

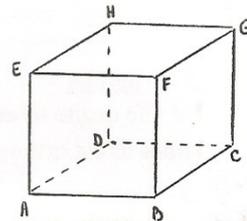
III. Positions relatives

1. Positions relatives d'une droite et d'un plan

a. Droite et plan sécants

Propriété

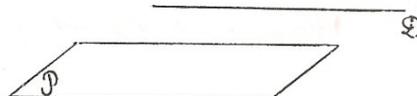
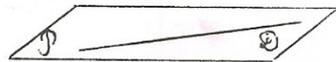
Si une droite \mathcal{D} et un plan \mathcal{P} sont sécants, alors leur intersection est un point M .



b. Droite parallèle à un plan

Définition

Une droite \mathcal{D} est parallèle à un plan \mathcal{P} si \mathcal{D} est contenue dans \mathcal{P} ou si \mathcal{D} n'a aucun point commun avec \mathcal{P} .



1^{er} cas:

La droite \mathcal{D} est contenue dans le plan \mathcal{P} .



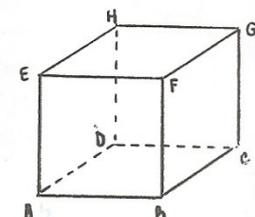
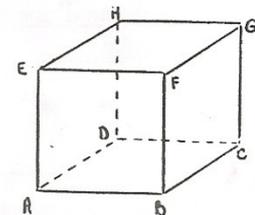
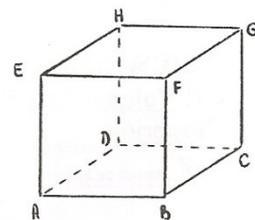
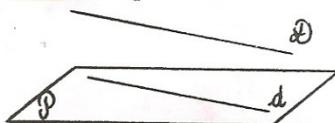
2^e cas:

La droite \mathcal{D} est strictement parallèle au plan \mathcal{P} .



Propriété

Si une droite \mathcal{D} est parallèle à une droite d incluse dans un plan \mathcal{P} , alors \mathcal{D} est parallèle à \mathcal{P} .

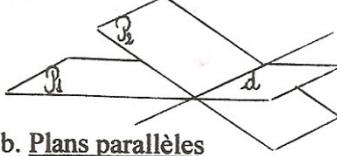


2. Positions relatives de deux plans

a. Plans sécants

Propriété

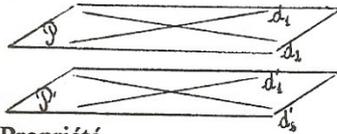
Si deux plans \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 sont sécants, alors leur intersection est une droite d .



b. Plans parallèles

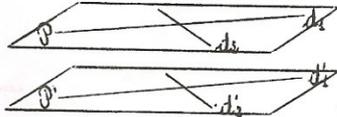
Définition

Deux plans \mathcal{P} et \mathcal{P}' sont parallèles si \mathcal{P} et \mathcal{P}' sont confondus ou si \mathcal{P} et \mathcal{P}' n'ont aucun point commun.



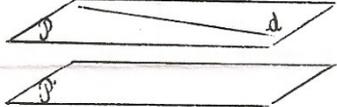
Propriété

Si deux droites sécantes d_1 et d_2 d'un plan \mathcal{P} sont parallèles à deux droites sécantes d_1' et d_2' d'un plan \mathcal{P}' , alors \mathcal{P} et \mathcal{P}' sont parallèles.



Propriété

Si deux plans \mathcal{P} et \mathcal{P}' sont parallèles, alors toute droite d incluse dans un des plans est parallèle à l'autre.



3. Positions relatives de deux droites

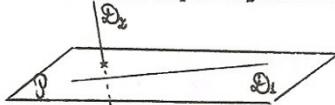
a. Droites coplanaires

Deux droites \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 sécantes ou parallèles sont coplanaires.



b. Droites non coplanaires

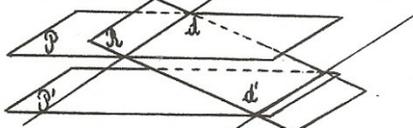
Deux droites \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 non coplanaires ne sont ni sécantes, ni parallèles.



IV. Règles d'incidence

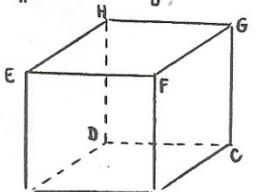
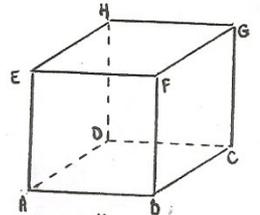
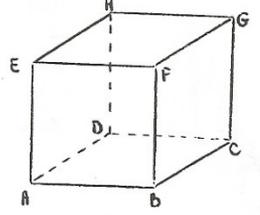
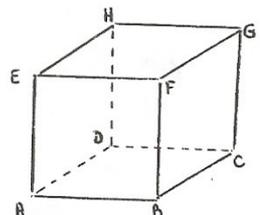
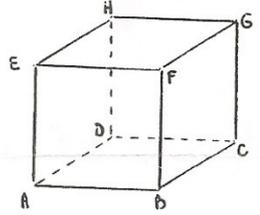
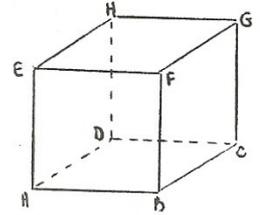
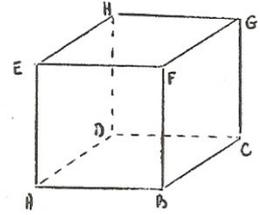
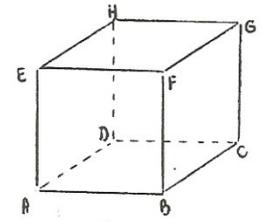
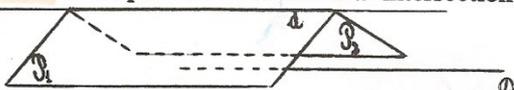
1. Propriété

Si deux plans \mathcal{P} et \mathcal{P}' sont parallèles, alors tout plan \mathcal{R} qui coupe l'un, coupe l'autre aussi, et les droites d et d' d'intersection sont parallèles.



2. Propriété (Règle «du toit»)

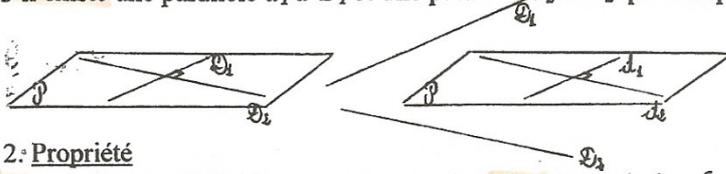
Si une droite \mathcal{D} est parallèle à deux plans \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 sécants, alors \mathcal{D} est parallèle à la droite d intersection de \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 .



V. Droites orthogonales

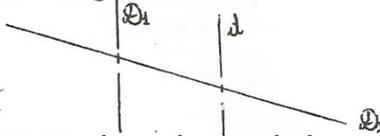
1. Propriété

Deux droites \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 sont orthogonales si \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 sont perpendiculaires ou s'il existe une parallèle d_1 à \mathcal{D}_1 et une parallèle d_2 à \mathcal{D}_2 qui sont perpendiculaires.



2. Propriété

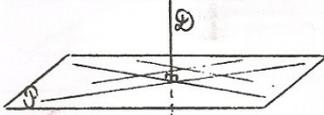
Si deux droites \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 sont orthogonales, alors toute droite d parallèle à l'une est orthogonale à l'autre.



VI. Droite orthogonale à un plan

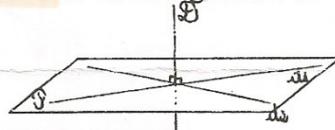
1. Définition

Une droite \mathcal{D} est orthogonale à un plan \mathcal{P} si \mathcal{D} est orthogonale à toutes les droites de \mathcal{P} .



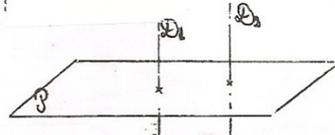
2. Propriété

Si une droite \mathcal{D} est orthogonale à deux droites d_1 et d_2 sécantes d'un plan \mathcal{P} , alors \mathcal{D} est orthogonale à \mathcal{P} .



3. Propriété

Si deux droites \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 sont orthogonales à un même plan \mathcal{P} , alors \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 sont parallèles.



VII. Volumes

1. Volume d'un prisme ou d'un cylindre

Propriété

$$V_{\text{prisme ou cylindre}} = \text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}$$

2. Volume d'une pyramide ou d'un cône

Propriété

$$V_{\text{pyramide ou cône}} = \frac{1}{3} \times \text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}$$

3. Volume d'une boule

Propriété

$$V_{\text{boule}} = \frac{1}{3} \times 4 \times \pi \times \text{Rayon}^3$$

