2°) Le cas "l'infini sur l'infini" $\dfrac{(\infty)}{(\infty)}$

exemple : Etudier la limite de $f(x) = \dfrac{3x^2 - 5x - 7}{x^2 + 2}$ au voisinage de $+\infty$

On a $\lim\limits_{x \to +\infty} 3x^2 - 5x - 7 = \lim\limits_{x \to +\infty} 3x^2 = +\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 + 2 = +\infty$ } cas indéterminé $\dfrac{(\infty)}{(\infty)}$

En utilisant pleinement le théorème sur les fonctions polynômes au voisinage de l'infini on obtient

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{3x^2 - 5x - 7}{x^2 + 2} = \lim_{x \to +\infty} \frac{3x^2}{x^2} = 3$$

Propriété : Au voisinage de l'infini, une fonction rationnelle se comporte comme le rapport de ses monômes de plus haut degré.

limitation : Cette propriété n'est valable que pour les fonctions rationnelles.

exple : $f(x) = \dfrac{e^x}{3x^2}$ au voisinage de $+\infty$.

impossible pour l'instant de lever l'indétermination.

3°) Le cas "zéro fois l'infini" $0 \times (\infty)$

Remarque : 0 représente l'infiniment petit (en physique)
∞ " grand "

Ce cas indéterminé se rapproche du cas $\dfrac{\infty}{\infty}$

en effet $f(x) = \dfrac{3x^2 - 5x - 7}{x^2 + 2} = \underbrace{(3x^2 - 5x - 7)}_{\to +\infty} \times \underbrace{\dfrac{1}{x^2+2}}_{\to 0}$

On a toujours les limitations quand on a autre chose que des fonctions polynômes.

exemple : $f(x) = \underbrace{x^2}_{\to +\infty} \underbrace{e^x}_{\to 0}$ au voisinage de $-\infty$