

III Un cas non indéterminé nécessitant une étude plus poussée

C'est le cas où le dénominateur tend vers 0 mais pas le numérateur.

Exemple: Calculer la limite de $f(x) = \frac{3x-5}{x+2}$ au voisinage de -2

On est au voisinage de la valeur interdite

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -2} 3x-5 = -11 \\ \lim_{x \rightarrow -2} x+2 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{grâce au bon sens on} \\ \text{sait que} \\ \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \pm \infty \end{array}$$

Il y a une incertitude sur le signe.

↳ On étudie donc systématiquement le signe de dénominateur

x	on	-2	\rightarrow
$x+2$		$-$	$+$

On conclue en utilisant la règle des signes et en distinguant éventuellement la limite à gauche et à droite

Conclusion:

$$\lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ x < -2}} f(x) = +\infty \quad (\text{le numérateur et le dénominateur sont négatifs } -x- = +)$$

$$\text{et } \lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ x > -2}} f(x) = -\infty \quad (\text{dénominateur positif et numérateur négatif } -x+ = -)$$