IV Limites et composition - Limite de e^x au voisinage de $-\infty$

Propriété admise

Si $\begin{cases} \lim\limits_{x \to a} f(x) = b \\ \lim\limits_{X \to b} g(x) = c \end{cases}$ Alors $\lim\limits_{x \to a} g(f(x)) = c$

où a, b et c sont des réels, ou $+\infty$ ou $-\infty$

exemple 1 : $f(x) = e^{-3x+5}$ au voisinage de $-\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} -3x+5 = +\infty$
$\lim\limits_{X \to +\infty} e^X = +\infty$

par composition des limites $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

exemple 2 : $f(x) = e^{\frac{-x^3+3x-1}{x^2+1}}$ au voisinage de $+\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-x^3+3x-1}{x^2+1} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-x^3}{x^2} = \lim\limits_{x \to +\infty} -x = -\infty$
$\lim\limits_{X \to -\infty} e^X = 0$

par composition $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$

Propriété : $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$

Démonstration :

Au voisinage de $-\infty$ $\quad e^x = e^{-(-x)} = \dfrac{1}{e^{-x}}$

$\lim\limits_{x \to -\infty} -x = +\infty$
$\lim\limits_{X \to +\infty} e^X = +\infty$

par composition $\lim\limits_{x \to -\infty} e^{-x} = +\infty$.

donc par quotient des limites $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{e^{-x}} = 0$