

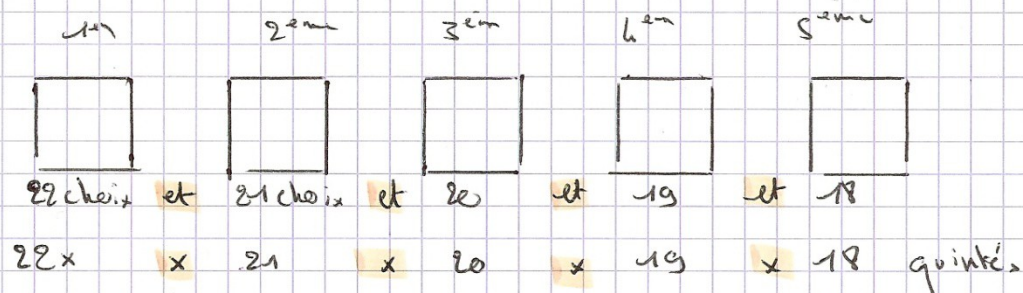
1°) Tirage successif sans remise - arrangements et permutations

Remarque:

SUCCESSIF SANS REMISE
↓ ↓
⇒ ORDRE SANS REPETITION

Exemple: Dans une course hippique qui comporte 22 chevaux partants, combien peut-il y avoir de quintés possibles

Remarque: Une course avec classement s'apparente à un tirage successif sans remise.



Remarque: $22 \times 21 \times \dots \times (22 - 5 + 1)$

5 facteurs

Si on note E l'ensemble des chevaux, on a compté ici le nombre de 5-listes d'éléments distincts de E

Attention, ici il ne s'agit pas d'un produit cartésien

Définition propriété:

Soit E un ensemble fini de cardinal n .

Soit p un entier tel que $p \leq n$

Une p -liste d'éléments 2 à 2 distincts de E s'appelle un p -uplet

un arrangement (ou un p -arrangement) de p éléments de E .

et le nombre de p -arrangements est

$$A_n^p = \underbrace{n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times (n-p+1)}_{p \text{ facteurs}}$$

Cas particulier: si $p = n$.

Définition: (Si) $p = n$ [Alors] un n -arrangement d'éléments d'un ensemble E de cardinal n est appelé une permutation de E .

(en fait on a juste réordonné tous les éléments de E on les a "permute")

Prop: le nombre de permutations de E est $n(n-1)(n-2) \times \dots \times 2 \times 1 = A_n^n$

Définition: Soit n un entier naturel. On définit la factorielle de n (ou n factorielle).

C'est le nombre noté $n!$ et on a

$$n! = n(n-1) \times \dots \times 2 \times 1.$$

C'est le nombre de permutations d'un ensemble à n éléments

Propriété: $A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$

Démonstration:

$$\begin{aligned} \frac{n!}{(n-p)!} &= \frac{n(n-1)(n-2) \times \dots \times (n-p+1) \cancel{[(n-p)(n-p-1) \times \dots \times 2 \times 1]}}{\cancel{[(n-p)(n-p-1) \times \dots \times 2 \times 1]}} \\ &= n(n-1)(n-2) \times \dots \times (n-p+1) = A_n^p \end{aligned}$$