1°) Tirage successif sans remise - arrangements et permutations

Remarque : SUCCESSIF SANS REMISE

$\Leftrightarrow$ ORDRE SANS RÉPÉTITION

Exemple : Dans une course hippique qui comporte 22 chevaux partants, combien peut-il y avoir de quintés possibles

Remarque : Une course avec classement s'apparente à un tirage successif sans remise.

1er	2ème	3ème	4ème	5ème
22 choix et	21 choix et	20 et	19 et	18

$22 \times 21 \times 20 \times 19 \times 18$ quintés

Remarque : $\underbrace{22 \times 21 \times \ldots \times (22-5+1)}_{5 \text{ facteurs}}$

Si on note E l'ensemble de chevaux, on a compté ici le nombre de 5-listes d'éléments distincts de E

Attention, ici il ne s'agit pas d'un produit cartésien

Définition propriété :

Soit E un ensemble fini de cardinal n.

Soit p un entier tel que $p \leq n$

Une p-liste / p-uplet d'éléments 2 à 2 distincts de E s'appelle un arrangement (ou un p-arrangement) de p éléments de E.

et le nombre de p-arrangements est

$$A_n^p = \underbrace{n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times (n-p+1)}_{p \text{ facteurs}}$$

<u>cas particulier</u> : si $p = n$.

<u>Définition</u> : ~~Si~~ $p = n$ ~~Alors~~ un n-arrangement d'éléments d'un ensemble E de cardinal n est appelé une **permutation** de E.

(en fait on a juste réordonné / réarrangé tous les éléments de E. on les a "permuté")

<u>Prop</u> : le nombre de permutations de E est $n(n-1)(n-2) \times \ldots \times 2 \times 1 = A_n^n$

<u>Définition</u> : Soit n un entier naturel. On définit la **factorielle** de n (ou n factorielle).

C'est le nombre noté $n!$ et on a

$n! = n(n-1) \times \ldots \times 2 \times 1$.

C'est le nombre de permutation d'un ensemble à n éléments

<u>propriété</u> : $A_n^p = \dfrac{n!}{(n-p)!}$

<u>Démonstration</u> :

$$\frac{n!}{(n-p)!} = \frac{n(n-1)(n-2) \times \ldots \times (n-p+1)\cancel{[(n-p)(n-p-1) \times \ldots \times 2 \times 1]}}{\cancel{[(n-p)(n-p-1) \times \ldots \times 2 \times 1]}}$$

$$= n(n-1)(n-2) \times \ldots \times (n-p+1) = A_n^p$$