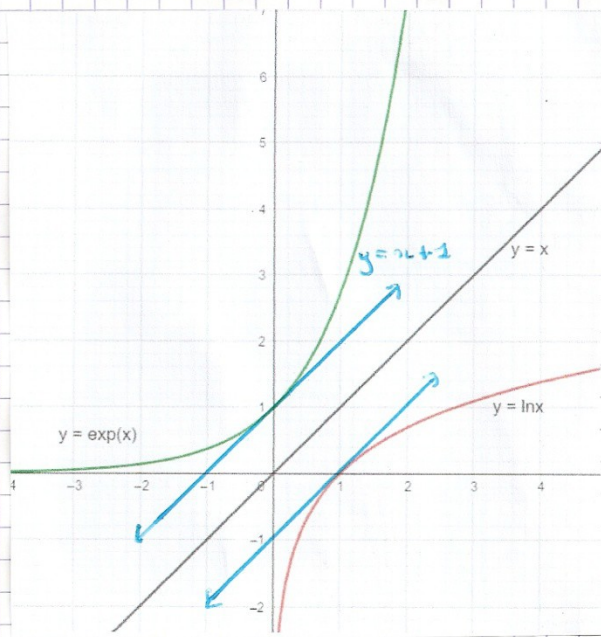


III Etude locale au voisinage de 1 - Etude des variations - Dérivation

1°) Approximation affine au voisinage de 1



Rappel: Soit f une fonction définie sur I et dérivable en $a \in I$

La meilleure approximation affine de la fonction f au voisinage de a est la fonction affine dont la droite représentative est la tangente à f au point d'abscisse a

MEILLEURE APPROXIMATION AFFINE
= TANGENTE

exemple: la tangente à la courbe de la fonction exponentielle au point d'abscisse 0 a pour équation $y = x + 1$ (voir cours de 1ère)

Donc au voisinage de 0 on peut donner la meilleure approximation affine de la fonction exponentielle de la façon suivante :

Au voisinage de 0 $e^x \approx x + 1$

Retour à la fonction logarithme népérien

Grâce aux propriétés de la symétrie axiale on peut faire la conjecture suivante :

Il semble que la fonction logarithme népérien est dérivable en 1 et que $f'(1) =$ coefficient directeur de la tangente à

$$C_p \text{ au point d'abscisse } 1 \\ = 1 = p_n'(1)$$

On peut donc écrire $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{p_n(1+h) - p_n(1)}{h} = 1 \Leftrightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1+h) - 0}{h} = 1$

la tangente a pour équation $y = p_n'(1)(x - 1) + p_n(1) \Leftrightarrow y = x - 1$

Conclusion: Au voisinage de 1 $\ln x \approx x - 1$ meilleure approximation affine