2°) Dérivation – Etude des variations

Grâce aux propriétés de la symétrie axiale, on peut affirmer que la fonction ln est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$

Soit f définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $f(x) = e^{\ln x}$

f est dérivable comme composée de fonctions dérivables.

rappel : $[u(v(x))]' = v'(x) \times u'[v(x)]$

$v(x) = \ln x \qquad v'(x) = \ln'(x)$

$u(x) = e^x \qquad u'(x) = e^x$

On applique la formule.

$$[e^{\ln x}]' = \ln'(x) \times e^{\ln x}$$

or $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$ $e^{\ln x} = x$ donc $f(x) = e^{\ln x} = x$

La dérivation donne donc

$$f'(x) = \ln' x \times x$$

$$\iff 1 = \ln' x \times x$$

$$\iff \frac{1}{x} = \ln'(x) \quad \text{car } x \in \mathbb{R}_+^* \ (x \neq 0)$$

Propriété : la fonction ln est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ et $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$ $\ln' x = \frac{1}{x}$

On peut étudier les variations de la fonction ln.

x	0		1		$+\infty$
signe de $f'(x) = \frac{1}{x}$	‖		$+$		
variations de ln	‖	$-\infty$ ↗	0	↗ $+\infty$	
signe de $\ln x$	‖	$-$	0	$+$	