

III OBJETS DE L'ESPACE.

I A) EQUATIONS CARTESIENNES

105 Les plans de l'espace

a) Vecteur normal à un plan

Def: Soient A, B et C 3 points non alignés de l'espace
un vecteur $\vec{n}$ est normal au plan (ABC)

[Si] $\vec{n}$ est orthogonal à $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$

On dit aussi que $\vec{n}$ est orthogonal au plan (ABC)

Conséquence : • [Si] $\vec{n}$ est normal à un plan P de l'espace

[Alors] $\vec{n}$ est orthogonal à tous les vecteurs du plan P.

• [Si] $\vec{n}$ est un vecteur normal à un plan P [alors]

tout vecteur non nul colinéaire à $\vec{n}$ est aussi un vecteur normal au plan P.

Prop : • 2 plans sont parallèles [Si] leurs vecteurs normaux sont colinéaires.

• 2 plans sont orthogonaux (perpendiculaires)

[Si] leurs vecteurs normaux sont orthogonaux

Exercice type: ex 38 p. 356 a)

$\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ déterminent un vecteur normal à $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

$\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ est normal à $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ($\Rightarrow$) $\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{u} = 0 \\ \vec{n} \cdot \vec{v} = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2a + 3b + 6c = 0 \\ a + 5c = 0 \end{cases}$$

On passe aux inconnues en paramètre

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2a + 3b + 6t = 0 \\ a + 5t = 0 \\ c = t \quad t \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -18t + 3b + 6t = 0 \\ a = -5t \\ c = t \quad t \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{-16t}{3} \\ a = -5t \\ c = t \quad t \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Conclusion: pour $t = 3$ le vecteur.

$\vec{n} = \begin{pmatrix} -15 \\ -16 \\ 3 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal à $\vec{u}$ et $\vec{v}$.