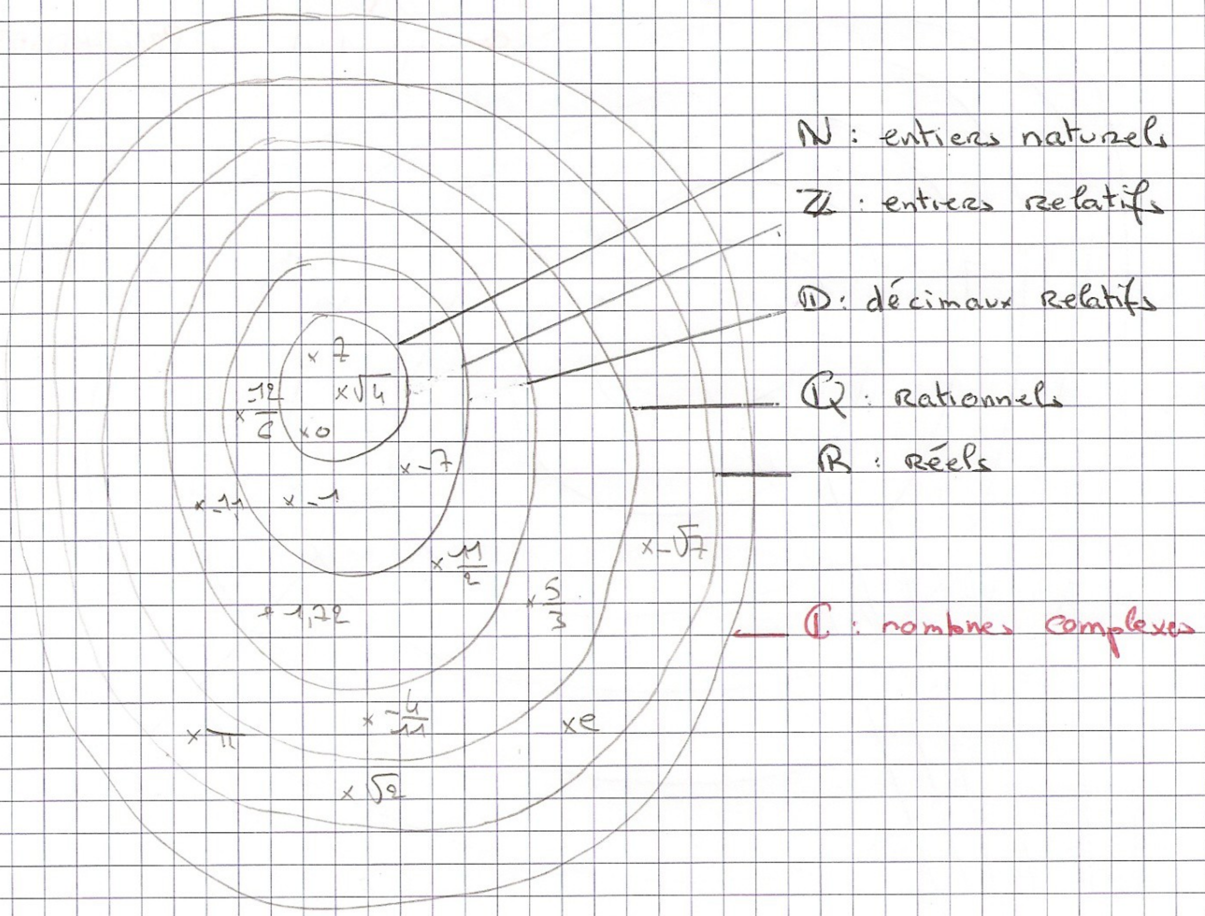
NOMBRES COMPLEXES

FORME ALGÉBRIQUE et REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

I. Rappel : les ensembles de nombres

Diagramme de VENN



Pour davantage d'informations, regarder le chapitre de seconde sur les ensembles de nombres sur PROGRAMMATHS

Rq : $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ est l'ensemble des nombres irrationnels.

On admet l'existence d'un ensemble plus vaste que $\mathbb{R}$ dans lequel les règles de calcul de $\mathbb{R}$ se prolongent.

II Le nombre i

Rq: Certaines équations du second degré ne possèdent aucune solution (quand $\Delta < 0$) donc non factorisable en particulier l'équation $x^2+1=0$

en effet $x^2+1=0$

$\iff x^2 = -1$ or un carré est toujours positif.

donc pas de solution dans $\mathbb{R}$

↳ on va chercher dans le monde virtuel ou imaginaire

On imagine un nombre solution de cette équation on l'appelle i

Def: le nombre i est le nombre imaginaire dont le carré vaut -1

$$\boxed{i^2 = -1}$$

En revenant à l'équation

$x^2 = -1$

$\iff x^2 = i^2$

$\iff x^2 - i^2 = 0$

$\iff (x-i)(x+i) = 0$

$\iff x - i = 0$ ou $x + i = 0$

$\iff x = i$ ou $x = -i$

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$S = \{-i ; i\}$

On va pouvoir grâce aux opérations et aux nombres réel créer de nouveaux nombre à l'aide du nombre i

expl: $3+i$, $2-5i$, $-7+\frac{3}{2}i$, $-7i$

Ces nombres s'appellent les nombres complexes

III Forme algébrique d'un nombre complexe - ensemble $\mathbb{C}$

Déf : Un nombre complexe z peut s'écrire sous sa forme algébrique

$$z = \underbrace{\boxed{a}}_{\text{partie réelle de } z \text{, notée } Re(z)} + \underbrace{\boxed{b}}_{\text{partie imaginaire de } z \text{, notée } Im(z)} i \quad \text{où } a, b \in \mathbb{R}$$

L'ensemble des nombres complexes est noté $\mathbb{C}$

Rq : $Re(z)$ et $Im(z)$ sont des réels.

exples : • $3+i$ est un nombre complexe

$Re(3+i) = 3$ et $Im(3+i) = 1$

car $3+i = 3+1i$

• $Re(2-5i) = 2$ $\quad Im(2-5i) = -5$

• $Re(-7) = -7$ $\quad Im(-7) = 0$

car $-7 = -7+0i$

• $Re(3i) = 0$ et $Im(3i) = 3$

car $3i = 0+3i$

Vocabulaire et propriété :

• Un nombre complexe est un réel $\boxed{\text{ssi}}$ sa partie imaginaire est nulle

$$z \in \mathbb{R} \iff Im(z) = 0$$

• Un nombre complexe dont la partie réelle est nulle est appelé un nombre imaginaire pur

z est imaginaire pur $\iff Re(z) = 0$

Rq : Attention on n'inverse pas l'écriture

$z = 3i - 4$ s'écrira toujours $\underbrace{z = -4+3i}_{\text{forme algébrique exploitable}}$