

IV Égalité de 2 nombres complexes

Un nombre complexe est donc intégralement défini de manière unique par la donnée de sa partie réelle et de sa partie imaginaire. D'où la propriété:

Prop: 2 nombres complexes sont égaux

(ssi) ils ont même partie réelle et même partie imaginaire.

Exemple d'utilisation

Résoudre l'équation $3x + 3 + (5y - 1)i = 3 + yi$

$$3x + 3 + (5y - 1)i = 3 + yi$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3 = 3 \\ 5y - 1 = y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 0 \\ 4y = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$S = \left\{ \left(0 ; \frac{1}{4} \right) \right\}$$

Attention: i n'est jamais une inconnue

V Nombres complexes et opérations

Propriété: les règles de calcul dans \mathbb{C} sont les mêmes que dans \mathbb{R} en respectant $i^2 = -1$

exemple:

$$1) \quad 3 + 2i + 5 - 4i \\ = 8 - 2i$$

$$2) \quad (3 - 5i) - (2 + 4i) \\ = 3 - 5i - 2 - 4i \\ = 1 - 9i$$

$$\begin{aligned}
 & 3)(2 + 3i)(5 - 4i) \\
 & = 10 - 8i + 15i - 12i^2 \\
 & = -10 + 7i + 12 \\
 & = 22 + 7i
 \end{aligned}$$

$$6^{\circ}) \frac{1+i}{3-5i}$$

Impossible à mettre sous forme algébrique pour l'instant

Application à la résolution d'équations

exple 1: $5z + 2 - 3i = 0$

$$\Leftrightarrow 5z = -2 + 3i$$

$$S = \left\{ -\frac{2}{5} + \frac{3}{5}i \right\}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{-2 + 3i}{5} = -\frac{2}{5} + \frac{3}{5}i$$

exple 2: $(2 - 5i)z + 1 - 3i = 0$

$$\Leftrightarrow (2 - 5i)z = -1 + 3i$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{-1 + 3i}{2 - 5i} \quad \text{besoin pour l'instant}$$

$$S = \left\{ \frac{-1 + 3i}{2 - 5i} \right\}$$

Exple 3 $(z + 2 + 5i)(z - 3i) = 0$

$$\Leftrightarrow z + 2 + 5i = 0 \quad \text{ou} \quad z - 3i = 0$$

$$\Leftrightarrow z = -2 - 5i \quad \text{ou} \quad z = 3i$$

$$S = \left\{ -2 - 5i; 3i \right\}$$

Exemple 4: $\frac{z + 5 - 3i}{z + i} = 0$

• valeurs interdites

$$z + i = 0$$

$$\Leftrightarrow z = -i$$

Résolution

$$z + 5 - 3i = 0$$

$$\Leftrightarrow z = -5 + 3i$$

$$D = \mathbb{C} - \{-i\} = \mathbb{C} \setminus \{-i\}$$

$$S = \left\{ -5 + 3i \right\}$$