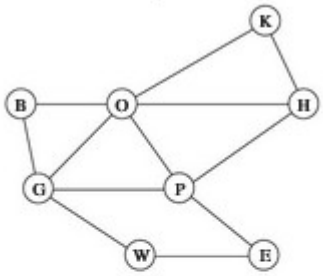
23 On a schématisé ci-dessous une partie du plan du métro londonien par un graphe Γ dont les sommets sont les stations et les arêtes sont les lignes desservant ces stations.



Légende :
B : Bond Street ; E : Embankment ; G : Green Park ; H : Holborn ; K : King's Cross St Pancras ; O : Oxford Circus ; P : Picadilly Circus ; W : Westminster

Chaque station de métro est désignée par son initiale comme indiqué dans la légende.

1. a. Déterminer si le graphe Γ est connexe. Justifier la réponse.

b. Déterminer si le graphe Γ est complet. Justifier la réponse.

2. Déterminer, en justifiant, si le graphe Γ admet une chaîne eulérienne. Si oui, en donner une.

3. Donner la matrice d'adjacence M du graphe Γ (les sommets seront rangés dans l'ordre alphabétique).

Pour la suite de l'exercice, on donne la matrice :

$$M^3 = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 & 4 & 2 & 7 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & 2 & 3 & 6 & 4 \\ 6 & 1 & 4 & 4 & 4 & 9 & 10 & 6 \\ 4 & 1 & 4 & 4 & 5 & 8 & 8 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & 5 & 2 & 7 & 3 & 1 \\ 7 & 3 & 9 & 8 & 7 & 8 & 10 & 3 \\ 3 & 6 & 10 & 8 & 3 & 10 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 6 & 3 & 1 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Un touriste se trouve à la station Holborn. Il prévoit de se rendre à la station Green Park en utilisant exactement trois lignes de métro sur son trajet.

a. Sans utiliser le graphe, donner le nombre de trajets possibles et justifier la réponse.

b. Lister les trajets possibles.

Copyright : ©Programmaths 2020