3°) Applications de la dérivation.

a) Tangente

Définition . Propriété :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et soit $a \in I$

Soit C_f sa courbe représentative

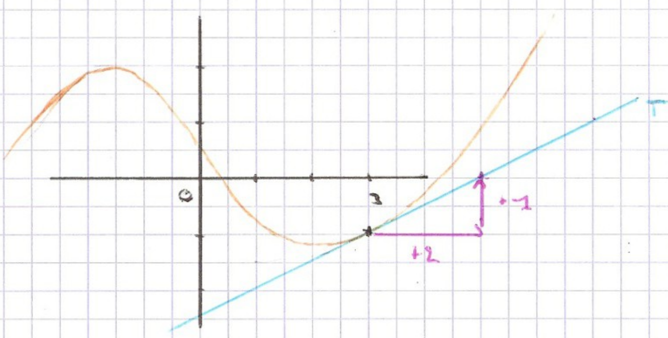
Le nombre dérivé de f en a est $f'(a)$

$f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente à C_f au point d'abscisse a

exemple : On donne la courbe représentative d'une fonction f.

T est la tangente à C_f au point d'abscisse 3.

Déterminer graphiquement $f'(3)$



Seconde (fct° affines)

$a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

$= \dfrac{\text{dpmt vertical}}{\text{dpmt horizontal}}$

$f'(3)$ est le coefficient directeur de la tangente à C_f au point d'abscisse 3

donc $f'(3) = \dfrac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}} = \dfrac{+1}{+2} = \dfrac{1}{2}$

Propriété

La tangente à C_f au point d'abscisse a a pour équation

$$\boxed{y = f'(a)(x - a) + f(a)}$$

Remarque : Pour déterminer cette équation, il faut avoir $f'(a)$ donc il faudra au préalable avoir calculé $f'(x)$

Exemple : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 + 3x + 2$
Déterminer l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1

La tangente a pour équation :

$y = f'(a)\ (x - a) + f(a)$ avec $a = 1$

$y = f'(1)\ (x - 1) + f(1)$

avec $f(1) = 2 \times 1^2 + 3 \times 1 + 2 = 7$

et $f'(x) = 2 \times 2x + 3 = 4x + 3$

donc $f'(1) = 4 \times 1 + 3 = 7$

Conclusion : la tangente a pour équation

$y = 7\ (x - 1) + 7$

$y = 7x - 7 + 7$

$\boxed{y = 7x}$