II Recherche de primitives

1°) Rappel : Notion de primitive

Définition : Soit f une fonction définie sur un intervalle I
Une fonction F, dérivable sur I est une primitive de f sur I
$\boxed{\text{SSI}}$ pour tout réel $x \in I$ on a $F'(x) = f(x)$

exemple : Considérons la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x$

si on prend $F(x) = x^2$ on a bien $F'(x) = 2x = f(x)$
donc F est une primitive de f.

Remarques :

- En règle générale, on utilisera des majuscules pour le nom des primitives.
- Dans l'exemple précédent, si on prend $G(x) = x^2 + 3$
  on obtient aussi $G'(x) = 2x = f(x)$
  donc G est aussi une primitive de f

↳ Il y a une infinité de primitives

Propriété

Soit f une fonction définie sur un intervalle I
et soit F une primitive de f sur I
Toutes les primitives de f sur I sont de la forme
$F(x) + C$ où $C \in \mathbb{R}$ est une constante.

Propriété :
Comme pour la dérivation, les constantes multiplicatives (ou de division) restent lorsqu'on détermine une primitive.

Primitive des fonctions de référence

$f(x)$	$F(x)$ (une primitive)
$f(x) = 0$	$F(x) = C \qquad C \in \mathbb{R}$
$f(x) = a \quad (a \in \mathbb{R})$	$F(x) = ax$
$f(x) = x$	$F(x) = \frac{x^2}{2}$
$f(x) = x^2$	$F(x) = \frac{x^3}{3}$
$f(x) = x^n \quad (n \geq 1)$	$F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1}$
$f(x) = \frac{1}{x^2} \quad (x \neq 0)$	$F(x) = -\frac{1}{x}$
$f(x) = \sin x$	$F(x) = -\cos x$
$f(x) = \cos x$	$F(x) = \sin x$

<u>exemple</u> : Déterminez une primitive de $f(x) = 3x^2 + \frac{5x-1}{7}$

$$f(x) = 3 \times x^2 + \frac{5x-1}{7}$$

Une primitive de f est $F(x) = \cancel{3} \times \frac{x^3}{\cancel{3}} + \frac{\left(5\frac{x^2}{2} - x\right)}{7}$

$$= x^3 + \left(5\frac{x^2}{2} - x\right) \times \frac{1}{7}$$

$$= x^3 + \frac{5x^2}{14} - \frac{x}{7}$$