2°) Formules complémentaires : primitive de $u'f(u)$

Propriété :

1) Une primitive de $u'u^n$ est $\dfrac{u^{n+1}}{n+1}$

2) Une primitive de $u'\cos u$ est $\sin u$

3) Une primitive de $u'\sin u$ est $-\cos u$

Exemples : Déterminer une primitive des fonctions suivantes.

1°) $f(x) = 2x\,(x^2-3)^3$

- On détermine la formule à utiliser : $u'u^n \longrightarrow \dfrac{u^{n+1}}{n+1}$
- On détermine u et on calcule u'

  $u = x^2 - 3$ donc $u' = 2x$

- On applique la formule :

  Une primitive de $1 \times 2x\,(x^2-3)^3$ est $1 \times \dfrac{(x^2-3)^4}{4}$

- On rééquilibre ~~éventuellement~~ toujours avec une constante multiplicative.

Conclusion : Une primitive de f est définie par

$$F(x) = \frac{(x^2-3)^4}{4}$$

2°) $f(x) = 7\,(3x-1)^5$ $\quad u'u^n \longrightarrow \dfrac{u^{n+1}}{n+1}$

$u(x) = 3x - 1$ donc $u'(x) = 3$

Une primitive de $\dfrac{7}{3} \times 3 \times (3x-1)^5$ est $\dfrac{7}{3} \times \dfrac{(3x-1)^6}{6}$

$$F(x) = \frac{7(3x-1)^6}{18}$$

3°) $f(x) = 5\sin\left(4x - \dfrac{\pi}{3}\right)$ $\quad u'\sin u \longrightarrow -\cos u$

$u(x) = 4x - \dfrac{\pi}{3}$ donc $u'(x) = 4$

Une primitive de $\dfrac{5}{4} \times 4\sin\left(4x - \dfrac{\pi}{3}\right)$ est $\dfrac{5}{4} \times -\cos\left(4x - \dfrac{\pi}{3}\right)$

$$F(x) = -\frac{5}{4}\cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right)$$

4°) $f(x) = 2x\cos(x^2+\pi)$ $\quad u'\cos u \longrightarrow \sin u$

$u(x) = x^2 + \pi$ donc $u'(x) = 2x$

Une primitive de $1 \times 2x\cos(x^2+\pi)$ est $1 \times \sin(x^2+\pi)$

$$F(x) = \sin(x^2+\pi).$$